

Total No. of Printed Pages—11

2 SEM TDC MTH G 1

2015

( May )

MATHEMATICS

( General )

Course : 201

( Matrices, Ordinary Differential Equations and  
Numerical Analysis )

Full Marks : 80

Pass Marks : 32/24

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks  
for the questions*

GROUP—A

( Matrices )

( Marks : 20 )

1. (a) পাতনিৰ বিজ্ঞতাৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1  
Define nullity of a matrix.

(b) প্রমাণ কৰা যে ট্ৰেন্সপ'জ পাতনি আৰু মূল পাতনিৰ  
কোটি একে হ'ব। 3

Prove that the rank of transpose of a  
matrix is same as that of the original  
matrix.

- (c) তলৰ পাতনিটো ইচিলন আকাৰত প্ৰকাশ কৰি কোটি  
নিৰ্ণয় কৰা :

4

Find the rank of the following matrix by  
reducing it to echelon form :

$$\begin{bmatrix} -2 & -1 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

2. (a) দেখুওৱা যে তলৰ সমীকৰণকেইটা সংগত আৰু সিহঁতৰ  
সমাধান উলিওৱা :

5

Show that the following equations are  
consistent and find their solutions :

$$x - y + z = 2$$

$$3x - y + 2z = -6$$

$$3x + y + z = -18$$

অথবা / Or

সমাধান কৰা :

Solve :

$$3x + 4y - z - 6w = 0$$

$$2x + 3y + 2z - 3w = 0$$

$$2x + y - 14z - 9w = 0$$

$$x + 3y + 13z + 3w = 0$$

( 3 )

- (b) তলৰ বৰ্গ পাতনিটোৰ পৰা অভিলক্ষণ বহুপদ বাশি  
নিৰ্ণয় কৰা : 2

Find the characteristic polynomial of the  
following square matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

- (c) দেখুওৱা যে প্ৰতিটো বৰ্গ পাতনিয়ে তাৰ নিজৰ অভিলক্ষণ  
সমীকৰণ সিদ্ধ কৰে। 5

Show that every square matrix satisfies  
its own characteristic equation.

অথবা / Or

তলৰ পাতনিটোৰ অভিলক্ষণ মূল আৰু অনুৰূপ  
অভিলক্ষণ ভেক্টৰ নিৰ্ণয় কৰা : 2+3=5

Determine the characteristic roots and  
corresponding characteristic vectors of  
the following matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

## GROUP—B

## ( Ordinary Differential Equations )

( Marks : 30 )

3. (a)  $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$  সমীকৰণটো যথার্থ  
অৱকলীয় সমীকৰণ হোৱাৰ আৱশ্যকীয় চৰ্ত লিখা। 1

Write the necessary condition for the  
equation  $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$  to be  
an exact differential equation.

- (b)  $x^2 \frac{dy}{dx} + y = x^3$  সমীকৰণৰ অনুঘটক লিখা। 1

Write the integrating factor of the  
equation

$$x^2 \frac{dy}{dx} + y = x^3$$

- (c)  $n$  টা ফলনৰ বনস্কিয়ানৰ সংজ্ঞা দিয়া। 2

Define Wronskian of  $n$  functions.

- (d) যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 3

Solve any one :

(i)  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \sin x^2$

(iii)  $(x^3 + 3xy^2)dx + (y^3 + 3x^2y)dy = 0$

(e) যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 3

Solve any one :

$$(i) y = px + p - p^2$$

$$(ii) x = 4p + 4p^3$$

4. (a) যি কোনো দুটাৰ সমাধান কৰা : 3×2=6

Solve any two :

$$(i) \frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 3y = 2e^{3x}$$

$$(ii) \frac{d^3y}{dx^3} + \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - y = \cos 2x$$

$$(iii) \frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = x^2$$

দিয়া আছে,  $x = 0$ ;  $y = \frac{3}{8}$  আৰু  $\frac{dy}{dx} = 1$

Given,  $x = 0$ ;  $y = \frac{3}{8}$  and  $\frac{dy}{dx} = 1$

(b) যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 4

Solve any one :

$$(i) x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} + 4y = x^2$$

$$(ii) x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x$$

5. [(a) আৰু (b)] অথবা (c) ব উত্তৰ কৰা :  
Answer either [(a) and (b)] or (c) :

(a) যদি প্রথম-মাত্রার অৱকলজ আঁতৰ কৰোতে

$$\frac{d^2y}{dx^2} + P \frac{dy}{dx} + Qy = R$$

সমীকৰণটো  $\frac{d^2V}{dx^2} + Q_1V = R_1$  লৈ লঘুকৃত হয়; তেন্তে

$R_1$  ব মান লিখা।

1

If the equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + P \frac{dy}{dx} + Qy = R$$

reduces to  $\frac{d^2V}{dx^2} + Q_1V = R_1$  by removing

the first-order derivative, then write the value of  $R_1$ .

- (b) প্রথম-মাত্রার অৱকলনীয় বাশি আঁতৰাই তলৰ  
সমীকৰণটো সমাধান কৰা :

4

Removing the first-order derivative, solve the following equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \tan x \frac{dy}{dx} + 5y = e^x \sec x$$

(c) প্রাচল ভেদ নিয়মেৰে তলৰ সমীকৰণটো সমাধান কৰা : 5

Apply the method of variation of parameter to solve the following equation :

$$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - 4x\frac{dy}{dx} - (1+x^2)y = x$$

6.  $\frac{d^2y}{dx^2} + P\frac{dy}{dx} + Qy = R$  সমীকৰণটোৰ স্বতন্ত্র চলক সলনি

কৰি ৰূপান্তৰ কৰা; য'ত  $P$ ,  $Q$  আৰু  $R$  হৈছে  $x$ ৰ ফলন। 5

Transform the equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + P\frac{dy}{dx} + Qy = R$$

by changing the independent variable; where  $P$ ,  $Q$  and  $R$  are the functions of  $x$ .

অথবা / Or

যদি  $y = x$ ;  $\frac{d^2y}{dx^2} - x^2\frac{dy}{dx} + xy = x$  সমীকৰণৰ এটা

বিশেষ সমাধান; ইয়াৰ সাধাৰণ সমাধান উলিওৱা।

If  $y = x$  is a particular solution of

$$\frac{d^2y}{dx^2} - x^2\frac{dy}{dx} + xy = x$$

find its general solution.

## GROUP—C

## ( Numerical Analysis )

( Marks : 30 )

7. (a) সঁচা নে মিছা লিখা : 1

Write True or False :

নিউটন-ৰাফ্‌চন পদ্ধতিৰে সমীকৰণ সমাধান কৰোতে ফলনৰ অৱকলজ শূন্য হোৱা অনুচিত।

In solving an equation by Newton-Raphson method, the derivative of the function should not be zero.

(b) দ্বিভাজন পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি তলৰ সমীকৰণটোৰ এটা বাস্তৱমূল দ্বিতীয় দশমিক স্থানলৈ শুদ্ধমান নিৰ্ণয় কৰা : 5

Find a real root of the following equation by bisection method correct to two places of decimal :

$$x \log_{10} x = 1.2$$

অথবা / Or

বীজগণিতীয় সমীকৰণ সমাধানৰ বাবে পুনৰুক্তি পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰা।

Describe iteration method for solving an algebraic equation.



- (c) নিউটন-ৰাফ্‌চন পদ্ধতিৰ সহায়েৰে কোনো সংখ্যাৰ বৰ্গমূল উলিওৱাৰ সূত্র নিৰ্ণয় কৰা। 3

Obtain a formula to compute the square root of a number using Newton-Raphson method.

- (d) গাউছ অপনয়ন পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা : 6  
Solve by Gauss elimination method :

$$x + 4y - z = -5$$

$$x + y - 6z = -12$$

$$3x - y - z = 4$$

অথবা / Or

একঘাত সমীকৰণ প্ৰণালী সমাধানৰ বাবে গাউছ-ছেইডেল পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰা।

Describe the solution of system of linear equations by Gauss-Seidel method.

8. (a) অন্তৰ্বেশনৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1  
Define interpolation.

- (b) সচৰাচৰ চিহ্নে দেখুওৱা যে  $\Delta \nabla = \Delta - \nabla$ . 2  
With usual notations, show that

$$\Delta \nabla = \Delta - \nabla$$

- (c) নিউটনৰ অধোগামী অন্তৰ্বেশন সূত্রটো প্রতিপন্ন কৰা। 5

Deduce Newton's backward interpolation formula.

অথবা / Or

দিয়া আছে :

$$\sin 45^\circ = 0.7071, \quad \sin 50^\circ = 0.7660,$$

$$\sin 55^\circ = 0.8192, \quad \sin 60^\circ = 0.8660$$

তেস্তে  $\sin 52^\circ$  ৰ মান যি কোনো অন্তৰ্বেশন পদ্ধতিৰে নিৰ্ণয় কৰা।

Given :

$$\sin 45^\circ = 0.7071, \quad \sin 50^\circ = 0.7660,$$

$$\sin 55^\circ = 0.8192, \quad \sin 60^\circ = 0.8660$$

Find  $\sin 52^\circ$ , by using any method of interpolation.

9. (a) সমদূৰৱৰ্তী কোটিৰ বাবে সাধাৰণ ক্ষেত্রফলন সূত্রটো নিৰ্ণয় কৰা আৰু ট্ৰেপিজইডেল সূত্রটো প্রতিপন্ন কৰা।  $3+2=5$

Find the general quadrature formula for equidistant ordinates and deduce the trapezoidal rule.

অথবা / Or

চিম্পচনৰ  $\frac{1}{3}$  পদ্ধতিটো প্ৰয়োগ কৰি  $\int_2^3 x^2 dx$  ৰ মান

নিৰ্ণয় কৰা।

5

Find the value of  $\int_2^3 x^2 dx$  by Simpson's

$\frac{1}{3}$ -rd rule.

(b) লাগ্ৰাঞ্জৰ অন্তৰ্বেশন সূত্র প্রয়োগ কৰি তলৰ তালিকাখনৰ  
পৰা  $f(x)$  নিৰ্ণয় কৰা : 2

Find  $f(x)$  by using Lagrange's  
interpolation formula from the following  
table :

$x$	:	0	1	2	5
$f(x)$	:	2	3	12	147

\*\*\*