

Total No. of Printed Pages—8

2 SEM TDC MTH G 1

2 0 1 9

(May)

MATHEMATICS

(General)

Course : 201

**(Matrices, Ordinary Differential Equations
and Numerical Analysis)**

Full Marks : 80

Pass Marks : 32/24

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

GROUP—A

(Matrices)

(Marks : 20)

1. (a) খালী ঠাই পূৰ কৰা : 1

Fill in the blank :

n তম ঘাতৰ একক মেট্ৰিক্সৰ কোটি _____.

The rank of a unit matrix of order n
is _____.

P9/517

(Turn Over)

- (b) মেট্রিক্সৰ প্ৰাথমিক অপাৰেচনৰ নিয়মকেইটা উল্লেখ কৰা। 3

State the laws of elementary operations of matrices.

- (c) তলৰ মেট্রিক্সটো ইচ্ছলন আকাৰত প্ৰকাশ কৰি কোটি নিৰ্ণয় কৰা : 4

Find the rank of the following matrix by reducing it to echelon form :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & 1 & 6 \\ 2 & 4 & 3 & 8 & 3 & 15 \\ 1 & 2 & 2 & 5 & 3 & 11 \\ 4 & 8 & 6 & 16 & 7 & 32 \end{bmatrix}$$

অথবা / Or

দুটা অনপ্ৰতিম মেট্রিক্স P আৰু Q নিৰ্ণয় কৰা য'ত PAQ অভিলম্ব আকাৰলৈ সলনি হয়, য'ত

Find two non-singular matrices P and Q such that PAQ is transformed to normal form, where

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & 3 & -6 \end{bmatrix}$$

2. (a) এটা মেট্রিক্সৰ আভিলক্ষণিক মূল আৰু আভিলক্ষণিক ভেক্টৰৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1+1=2

Define characteristic roots and characteristic vectors of a matrix.

- (b) দেখুওৱা যে তলৰ সমীকৰণকেইটা সংগত আৰু সিহঁতৰ সমাধান উলিওৱা : 5

Show that the following equations are consistent and find their solutions :

$$x + y + z = -3$$

$$3x + y - 2z = -2$$

$$2x + 5y + 7z = 7$$

- (c) তলৰ মেট্ৰিক্সটোৰ বাবে কেলি-হেমিল্টনৰ সূত্ৰটো পৰীক্ষা কৰা : 5

Verify Cayley-Hamilton theorem for the following matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

অথবা / Or

দেখুওৱা যে, A আৰু $P^{-1}AP$ মেট্ৰিক্স দুটাৰ আভিলক্ষণিক মূল একে।

Show that the two matrices A and $P^{-1}AP$ have the same characteristic roots.

GROUP—B

(Ordinary Differential Equations)

(Marks : 30)

3. (a) $M(x, y) dx + N(x, y) dy = 0$ সমীকরণটো যথার্থ
অবকলীয় সমীকরণ হোৱাৰ আৱশ্যকীয় চৰ্ত লিখা। 1
Write the necessary condition for the
equation $M(x, y) dx + N(x, y) dy = 0$ to be
an exact differential equation.
- (b) তলৰ যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 3
Solve any one of the following :
(i) $\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x$
(ii) $(2x^2 + y^2 + x) dx + xy dy = 0$
- (c) তলৰ যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 3
Solve any one of the following :
(i) $y = Px + \frac{a}{P}$
(ii) $P(P^2 + xy) = P^2(x + y)$
- (d) $1+x$, $1+2x$, x^2 ফলনকেইটা বৈখিকভাৱে স্বতন্ত্ৰ
অথবা নিৰ্ভৰশীল, বনশ্চিকয়ানৰ সহায়ত পৰীক্ষা কৰা। 3
Using Wronskian, examine whether the
functions $1+x$, $1+2x$, x^2 are linearly
independent or dependent.

4. (a) তলৰ অৱকলনীয় সমীকৰণটোৰ পৰিপূৰক ফলনটো নিৰ্ণয় কৰা : 1

Find the complementary functions of the following differential equation :

$$(D^2 + 3D + 5)y = e^{2x}$$

- (b) তলৰ যি কোনো দুটাৰ সমাধান কৰা : $3 \times 2 = 6$

Solve any two of the following :

(i) $\frac{d^3y}{dx^3} - y = x^3 - x^2$

(ii) $\frac{d^2y}{dx^2} + 9y = \cos 4x$

(iii) $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = x^2 e^{3x}$

- (c) তলৰ যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 3

Solve any one of the following :

(i) $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} - 4y = x^4$

(ii) $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} = 12 \log x$

5. (a) প্ৰথম অৱকলনীয় বাশি আঁতৰাই তলৰ সমীকৰণটো সমাধান কৰা : 5

Removing the first-order derivative, solve the following equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + P \frac{dy}{dx} + Qy = R$$

- (b) স্বতন্ত্রচলক সলনি কৰি সমাধান কৰা : 5

Solve by changing the independent variable :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \cot x \frac{dy}{dx} + 4y \operatorname{cosec}^2 x = 0$$

অথবা / Or

প্ৰাচলভেদ নিয়মেৰে তলৰ সমীকৰণটো সমাধান কৰা :

Solve the following equation by the method of variation of parameters :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$$

GROUP—C

(Numerical Analysis)

(Marks : 30)

6. (a) সঁচা নে মিছা লিখা : 1

Write True or False :

দ্বিবিভাজন পদ্ধতি সদায় অভিসাৰি।

Bisection method is always convergent.

- (b) পুনৰুক্তি পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি $2x = \cos x + 3$ সমীকৰণটোৰ এটা বাস্তৱ মূল তৃতীয় দশমিক স্থানলৈ শুদ্ধমান নিৰ্ণয় কৰা। 5

Find a real root of the equation $2x = \cos x + 3$ by using iteration method correct to three places of decimal.

(7)

অথবা / Or

ৰেগুলা-ফলচি পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি $x^3 - 9x + 1 = 0$ সমীকৰণটোৰ বাস্তৱ মূল তৃতীয় দশমিক স্থানলৈ শুদ্ধমান নিৰ্ণয় কৰা।

Find the real root of the equation $x^3 - 9x + 1 = 0$ by using regula-falsi method correct to three places of decimal.

- (c) বীজগণিতীয় সমীকৰণ সমাধানৰ বাবে নিউটন-ৰাফ্‌চন পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰা। 4

Describe Newton-Raphson method for solving an algebraic equation.

- (d) গাউছ-ছেইডেল পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা : 5
Solve by Gauss-Seidel method :

$$27x + 6y - z = 85$$

$$6x + 15y + 2z = 72$$

$$x + y + 54z = 110$$

অথবা / Or

একমাত্ৰ সমীকৰণ প্ৰণালী সমাধানৰ বাবে গাউছৰ অপনয়ন পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰা।

Describe Gauss elimination method for solution of system of linear equations.

7. (a) সচৰাচৰ চিহ্নে দেখুওৱা যে
With usual notations, show that

$$\delta = E^{1/2} - E^{-1/2} \quad 2$$

(b) মান নির্ণয় কৰা (Evaluate) : 2

$$\Delta^2 x^3$$

(c) ট্ৰেপিজইডেল সূত্ৰটো লিখা। 1

Write the trapezoidal rule.

8. (a) এখন দেশৰ জনসংখ্যাৰ তালিকাখন এনে ধৰণৰ :

The population of a country were as follows :

| | | | | | |
|-------------------|--------|------|------|------|------|
| বছৰ / Year | : 1901 | 1911 | 1921 | 1931 | 1941 |
| জনসংখ্যা (হাজাৰত) | : 46 | 66 | 81 | 93 | 101 |

Population

(in thousand)

1925 চনৰ জনসংখ্যা, নিউটনৰ অধোগামী অন্তৰ্বেশন সূত্ৰৰ সহায়ত নিকপণ কৰা। 5

Estimate the population for the year 1925; using Newton's backward interpolation formula.

(b) লাগ্ৰাঞ্জৰ অন্তৰ্বেশন সূত্ৰটো প্রতিপন্ন কৰা। 5

Deduce Lagrange's interpolation formula.

অথবা / Or

চিম্পচনৰ এক-তৃতীয়াংশ সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰি তলৰ অনুকলনৰ মান নির্ণয় কৰা :

Evaluate the following integral by using Simpson's one-third rule :

$$\int_1^7 \frac{dx}{x}$$
