

2018

(May)

MATHEMATICS

(General)

Course : 201

(**Matrices, Ordinary Differential Equations
and Numerical Analysis**)

Full Marks : 80

Pass Marks : 32/24

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

GROUP—A

(**Matrices**)

(Marks : 20)

1. (a) মেট্রিক্সৰ বিস্তৃত্যৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1
Define nullity of a matrix.
- (b) প্রমাণ কৰা যে সকলো প্ৰাথমিক মেট্ৰিক্স অক্ষীয়মান। 3
Prove that all elementary matrices are non-singular.

- (c) তলৰ মেট্ৰিক্সটো অভিলম্ব ৰূপত প্ৰকাশ কৰি তাৰ কোটি নিৰ্ণয় কৰা :

4

Find the rank of the following matrix by reducing it to normal form :

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

2. (a) খালী ঠাই পূৰ কৰা :

1

Fill in the blank :

অসুসংগত সমীকৰণৰ কোনো সমাধান _____।

Inconsistent equations have _____ solution.

- (b) দেখুওৱা যে তলৰ সমীকৰণকেইটা সুসংগত আৰু সিহঁতৰ সমাধান কৰা :

4

Show that the following equations are consistent and find their solutions :

$$4x + 3y + 2z = -7$$

$$2x + y - 4z = -1$$

$$x - 7z = 2$$

- (c) কেইলে-হেমিল্টন উপপাদ্যটো লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা।

5

Write and prove Cayley-Hamilton theorem.

(3)

অথবা / Or

তলৰ মেট্ৰিক্স A ৰ বাবে কেইলে-হেমিণ্টনৰ সূত্ৰটো
পৰীক্ষা কৰা আৰু ইয়াৰ পৰা A^{-1} নিৰ্ণয় কৰা : 3+2

Verify Cayley-Hamilton theorem for the
following matrix A and hence find A^{-1} :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

(d) দেখুওৱা যে এটা মেট্ৰিক্সৰ 0 এটা অভিলক্ষণিক মূল যদি
আৰু কেৱল যদি মেট্ৰিক্সটো অপ্রতিম হয় । 2

Show that 0 is a characteristic root of a
matrix if and only if the matrix is
singular.

GROUP—B

(Ordinary Differential Equations)

(Marks : 30)

3. (a) তলৰ অৱকলীয় সমীকৰণটো যথার্থ হয়নে ? 1

Is the following differential equation
exact?

$$(2x - y + 1) dx + (2y - x + 1) dy = 0$$

(b) তলৰ যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 3

Solve any one of the following :

(i) $(1 + x^2) \frac{dy}{dx} + y = e^{\tan^{-1} x}$

(ii) $(x^3 + y^3) dx - xy^2 dy = 0$

(c) তলব যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 3

Solve any *one* of the following :

(i) $p(p+x) = y(x+y)$

(ii) $y = px + p - p^2$

(d) দেখুওৱা যে e^{2x} আৰু e^{3x} অৱকলীয় সমীকৰণ

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0$$

ৰ সমাধান আৰু এই সমাধান দুটা বৈখিকভাৱে স্বতন্ত্ৰ।

3

Show that e^{2x} and e^{3x} are the solutions of the differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0$$

and these solutions are linearly independent.

4. (a) $\frac{1}{f(D)}(e^{ax}V)$ ৰ মান কি, যেতিয়া V হৈছে x ৰ ফলন ? 1

What is the value of $\frac{1}{f(D)}(e^{ax}V)$, when V

is a function of x ?

(b) তলব যি কোনো দুটাৰ সমাধান কৰা : $3 \times 2 = 6$

Solve any *two* of the following :

(i) $\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + 5y = 16e^{3x}$

(ii) $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 5y = 10\sin x$

(iii) $\frac{d^3y}{dx^3} - 4\frac{d^2y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} - 2y = 0$

(c) তলব যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 3

Solve any one of the following :

$$(i) \quad x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + 2y = x \log x$$

$$(ii) \quad x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + 6y = x$$

5. (a) প্রথম অৱকলনীয় বাশি আঁতৰাই তলব সমীকৰণটো সমাধান কৰা : 5

Removing the first-order derivative; solve the following equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + (4x^2 - 3)y = e^{x^2}$$

অথবা / Or

প্রাচলৰ ভেদ নিয়মেৰে তলব সমীকৰণটো সমাধান কৰা :

Apply the method of variation of parameters to solve the following equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + n^2y = \sec nx$$

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} + P \frac{dy}{dx} + Qy = R$ সমীকৰণটোৰ স্বতন্ত্র চলক সলনি কৰি ৰূপান্তৰ কৰা; য'ত P , Q আৰু R হৈছে x ৰ ফলন। 5

Transform the equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + P \frac{dy}{dx} + Qy = R$$

by changing the independent variable;
where P , Q and R are functions of x .

GROUP—C

(Numerical Analysis)

(Marks : 30)

6. (a) সঁচা নে মিছা লিখা : 1

Write True or False :

যদি $[a, b]$ অন্তৰত $f(x)$ ফলনটো অবিচ্ছিন্ন আৰু যদি $f(a)$ আৰু $f(b)$ বিপৰীত চিহ্নযুক্ত হয়, তেন্তে $f(x) = 0$ সমীকৰণৰ অন্ততঃ এটা বাস্তৱ মূল a আৰু b ৰ মাজত থাকিব।

If $f(x)$ is continuous in the interval $[a, b]$ and if $f(a)$ and $f(b)$ are of opposite signs, then the equation $f(x) = 0$ has at least one real root lies between a and b .

(b) নিউটন-ৰাফচন পদ্ধতিৰ জ্যামিতিক তাৎপৰ্য ব্যাখ্যা কৰা। 3

Give the geometrical interpretation of Newton-Raphson method.

(c) $f(x) = 0$ সমীকৰণ সমাধানৰ বাবে বেণ্ডলা ফলচি পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰা। 5

Describe regula falsi method for solution of equation $f(x) = 0$.

অথবা / Or

পুনৰুক্তি পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি $x^3 + x^2 - 1 = 0$ সমীকৰণটোৰ এটা বাস্তৱ মূল নিৰ্ণয় কৰা। (তৃতীয় দশমিক স্থানলৈ শুদ্ধ মান)

Find a real root of the equation $x^3 + x^2 - 1 = 0$ by using iteration method correct to three places of decimal.

- (d) একঘাত সমীকৰণ প্ৰণালী সমাধানৰ বাবে গাউছ-ছেইডেল পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰা।

6

Describe the solution of system of linear equations by Gauss-Seidel method.

অথবা / Or

গাউছ অপনয়ন পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা :

Solve by Gauss elimination method :

$$2x + y + z = 10$$

$$3x + 2y + 3z = 18$$

$$x + 4y + 9z = 16$$

7. (a) E অপাৰেটৰ সংজ্ঞা দিয়া।

1

Define operator E .

- (b) তলৰ মান নিৰ্ণয় কৰা, য'ত অন্তৰ ব্যৱধান 1 হ'ব :

2

Evaluate the following, where interval difference is 1 :

$$\Delta \left(\frac{2^x}{(x+1)!} \right)$$

- (c) নিউটনৰ অধোগামী অন্তৰ্বেশন সূত্রটো প্রতিপন্ন কৰা। 5

Deduce Newton's backward interpolation formula.

অথবা / Or

লাগ্ৰাঞ্জৰ অন্তৰ্বেশন সূত্র প্রয়োগ কৰি তলৰ তালিকাখনৰ পৰা $f(5)$ নিৰ্ণয় কৰা।

Find $f(5)$ by using Lagrange's interpolation formula from the following table :

x	1	2	3	4	7
$f(x)$	2	4	8	16	128

8. (a) সংখ্যাাত্মক অনুকলন সম্পর্কীয় চিমচনৰ $\frac{3}{8}$ সূত্রটো প্রতিপন্ন কৰা। 5

Derive Simpson's $\frac{3}{8}$ th rule for numerical integration.

অথবা / Or

ট্ৰেপিজয়ডেল পদ্ধতি প্রয়োগ কৰি $\int_0^1 \frac{x^2}{1+x^2} dx$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

Find $\int_0^1 \frac{x^2}{1+x^2} dx$ by trapezoidal rule.

- (b) সমদূৰৱৰ্তী কোটিৰ বাবে সাধাৰণ ক্ষেত্রফলন সূত্রটো লিখা। 2

Write the general quadrature formula for equidistant ordinates.
