

2014

(May)

STATISTICS

(General)

Course : 201

(Probability and Distribution)

Full Marks : 80

Pass Marks : 32

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

1. খালী ঠাই পূৰ কৰা : 1×8=8

Fill in the blanks :

(a) অসম্ভৱ ঘটনাৰ সম্ভাৱিতা হ'ল —।

Probability of the impossible event is
—.

(b) এটা যাদৃচ্ছিক চলকৰ গাণিতিক প্ৰত্যাশা সেই চলকৰ
— ব সমান।

The mathematical expectation of a
random variable is equal to the — of
that variable.

(c) দ্বিপদ বণ্টনৰ মাধ্য ইয়াৰ প্ৰসৰণতকৈ — ।

The mean of the binomial distribution is — than its variance.

(d) এজাপ সম্পূৰ্ণ তাচপাতৰ পৰা যাদৃচ্ছিকভাৱে এখিলা স্পেদ পাত টনাৰ সম্ভাৱিতা হ'ল — ।

The probability of drawing any one spade card from a pack of cards is —.

(e) সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলন $f(x)$ —তকৈ ডাঙৰ হ'ব নোৱাৰে ।

The probability density function $f(x)$ cannot exceed —.

(f) প্ৰসামান্য বণ্টনৰ বাবে অপ্ৰতিসাম্য সহগৰ মান — ।

For a normal distribution, coefficient of skewness is —.

(g) যদি X এটা যাদৃচ্ছিক চলকৰ মাধ্য μ আৰু প্ৰসৰণ σ^2 হয় আৰু k এটা যি কোনো ধনাত্মক বাশি, তেন্তে $p\{|X - \mu| \geq k\sigma\} \leq$ —ক চেবাইচেভ অসমতা বোলা হয় ।

If X is a random variable with mean μ and variance σ^2 , then for any positive number k , $p\{|X - \mu| \geq k\sigma\} \leq$ — is known as Chebychev's inequality.

- (h) যদি X আৰু Y দুটা স্বতন্ত্র বিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকৰ প্ৰান্তিক সম্ভাৱিতা ফলন $P_1(x)$ আৰু $P_2(y)$ হয়, তেন্তে সিহঁতৰ যৌথ সম্ভাৱিতা ফলন $P(x, y) = \text{---}$ ।

If $P_1(x)$ and $P_2(y)$ be the marginal probability function of two independent discrete random variables X and Y , then their joint probability function $P(x, y) = \text{---}$.

2. তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া : 4×4=16

Answer the following questions :

- (a) প্ৰসামান্য বণ্টনৰ ধৰ্মসমূহ লিখা।

State the properties of normal distribution.

- (b) যদি A আৰু B স্বতন্ত্র ঘটনা হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে \bar{A} আৰু \bar{B} ও স্বতন্ত্র ঘটনা হ'ব।

If A and B are independent events, then prove that \bar{A} and \bar{B} are also independent.

- (c) আঘূৰ্ণজনক ফলনৰ সংজ্ঞা লিখা। ইয়াৰ দুটা ধৰ্ম উল্লেখ কৰা।

Define moment generating function. State its two properties.

- (d) যাদৃচ্ছিক চলক বুলিলে কি বুজা? বিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক আৰু অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকৰ উদাহৰণসহ সংজ্ঞা লিখা।

What is meant by a random variable?
Define discrete random variable and continuous random variable with example.

3. (a) সম্ভাৰিতাব যোগ সূত্রটো লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা। 4

State and prove the addition theorem of probability.

- (b) ঘটনাৰ যুগ্মিত স্বতন্ত্রতা আৰু পাৰস্পৰিক স্বতন্ত্রতা বুলিলে কি বুজা? উদাহৰণসহ ব্যাখ্যা কৰা। 3

What do you mean by pairwise independence and mutual independence of events? Explain with examples.

অথবা / Or

- (c) যদি $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ আৰু $P(\bar{A}) = \frac{1}{2}$, $P(A)$ আৰু $P(B)$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।
দেখুওৱা যে A আৰু B স্বতন্ত্র।

If $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ and $P(\bar{A}) = \frac{1}{2}$, find $P(A)$ and $P(B)$. Hence show that A and B are independent.

4. (a) এটা মোনাত 5টা বগা আৰু 3টা বগা বল আছে, দুটা বল মোনাটোৰ পৰা যাদৃচ্ছিকভাৱে লোৱা হ'ল। এই বল দুটাৰ এটা বগা আৰু আনটো বগা হোৱাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা।

2

A bag contains five red and three white balls. Two balls are drawn randomly from it. What is the probability that one ball is white and another is red?

- (b) প্রথম 200 ধনাত্মক অখণ্ড বাশিৰ পৰা এটা অখণ্ড সংখ্যা যাদৃচ্ছিকভাৱে লোৱা হ'ল। সংখ্যাটো 6 বা 8ৰ দ্বাৰা বিভাজ্য হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

5

An integer is chosen at random from the first 200 positive integers. What is the probability that one integer chosen is divisible by 6 or 8?

5. (a) এটা অনভিনত লুডুপুটি উৎক্ষেপণত পোৱা সংখ্যাৰ প্ৰত্যাশিত মান নিৰ্ণয় কৰা।

2

Find the expectation of the number on a fair die when thrown.

- (b) দুটা অনভিনত পাশা উৎক্ষেপ কৰা হৈছে। যদি পাশা দুটাৰ পিঠিত পোৱা সংখ্যা দুটাৰ যোগফল X হয়, $E(X - 1)^2$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

3

Two unbiased dice are thrown. If X denotes the sum of the numbers on the faces of the dice, find $E(X - 1)^2$.

- (c) যদি X_1 আৰু X_2 দুটা যাদৃচ্ছিক চলক আৰু a_1 আৰু a_2 দুটা ধ্ৰুৱক হয়, তেন্তে গাণিতিক প্ৰত্যাশা প্ৰয়োগ কৰি প্ৰমাণ কৰা যে

$$V(a_1X_1 + a_2X_2) = a_1^2V(X_1) + a_2^2V(X_2) + 2a_1a_2 \operatorname{cov}(X_1, X_2) \quad 4$$

If X_1 and X_2 are two random variable, and a_1 and a_2 are constants, then by using mathematical expectation, prove that

$$V(a_1X_1 + a_2X_2) = a_1^2V(X_1) + a_2^2V(X_2) + 2a_1a_2 \operatorname{cov}(X_1, X_2)$$

অথবা / Or

- (d) এটা যাদৃচ্ছিক চলকৰ সম্ভাৱিতা জনক ফলনৰ সংজ্ঞা লিখা। যদি X যাদৃচ্ছিক চলকৰ সম্ভাৱিতা জনক ফলন $P(S)$ হয়, তেন্তে $X+1$ ৰ সম্ভাৱিতা জনক ফলন উলিওৱা।

Define probability generating function of a random variable. If $P(S)$ is the probability generating function of the random variable X , then find the probability generating function of $X+1$.

(Continued)

6. ক্রমবর্ধমান বণ্টন ফলন সংজ্ঞা দিয়া। কোনো যাদৃচ্ছিক চলক X ব বণ্টন ফলন তলত দিয়া হৈছে :

$$\begin{aligned}
 F(x) &= 0, & \text{যদি } & x \leq 0 \\
 &= \frac{x}{2}, & \text{যদি } & 0 \leq x < 1 \\
 &= \frac{1}{2}, & \text{যদি } & 1 \leq x < 2 \\
 &= \frac{x}{4}, & \text{যদি } & 2 \leq x < 4 \\
 &= 1, & \text{যদি } & x \geq 4
 \end{aligned}$$

(a) সম্ভাবিতা ঘনত্ব ফলন উলিওৱা।

(b) মান নির্ণয় কৰা :

$$P(X > 3) \text{ আৰু } P(X < 3)$$

6

Define commutative distribution function. The following is a distribution function of a random variable X , where

$$\begin{aligned}
 F(x) &= 0, & \text{for } & x \leq 0 \\
 &= \frac{x}{2}, & \text{for } & 0 \leq x < 1 \\
 &= \frac{1}{2}, & \text{for } & 1 \leq x < 2 \\
 &= \frac{x}{4}, & \text{for } & 2 \leq x < 4 \\
 &= 1, & \text{for } & x \geq 4
 \end{aligned}$$

(a) Find the probability density function.

(b) Evaluate :

$$P(X > 3) \text{ and } P(X < 3)$$

7. কি কি চৰ্তাধীন সাপেক্ষে দ্বিপদ বণ্টন পয়চ বণ্টনৰ ওচৰ চাপে, উল্লেখ কৰা। পয়চ বণ্টনটো উলিওৱা। 5

State the conditions under which binomial distribution tends to Poisson distribution. Also derive the Poisson distribution.

8. (a) দ্বিপদ বণ্টনৰ আঘূৰ্ণজনক ফলন নিৰ্ণয় কৰা। 5

Obtain the moment generating function of binomial distribution.

অথবা / Or

- (b) 1000 জন কৰ্মীৰ সাপ্তাহিক মজুৰিয়ে প্ৰসামান্য বণ্টন অনুসৰণ কৰে যাব মাধ্য 700 টকা আৰু মানক বিচলন 50 টকা। 700 টকা আৰু 720 টকাৰ ভিতৰত সাপ্তাহিক মজুৰি পোৱা কৰ্মীৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা।

The weekly wages of 1000 workers are normally distributed around a mean of ₹ 700 and with a standard deviation of ₹ 50. Estimate the number of workers whose weekly wages will be between ₹ 700 and ₹ 720.

9. (a) এটা দ্বিপদ বণ্টনৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ যথাক্ৰমে 3 আৰু 2, যাদৃচ্ছিক চলক X য়ে 2 বা 2তকৈ সৰু মান লোৱাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা। 3

The mean and variance of a binomial distribution are 3 and 2 respectively. Find the probability that the variate X takes values less than or equal to 2.

- (b) আয়তীয় বণ্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া। ইয়াৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ
নিৰ্ণয় কৰা। 1+4=5

Define rectangular distribution. Obtain
its mean and variance.

10. (a) যদি X আৰু Y দুটা যাদৃচ্ছিক চলকৰ যৌথ সম্ভাৱিতা ঘনত্ব
ফলন

$$f(x, y) = \frac{1}{8} (6 - x - y); 0 < x < 2, 2 < y < 4$$

$$= 0, \quad \text{অন্যথা}$$

মান নিৰ্ণয় কৰা: 6

- (i) $P(x < 1 \cap y < 3)$
(ii) $P(x + y < 3)$
(iii) $P(x < 1 / y < 3)$

If X and Y are two random variables
having joint density function

$$f(x, y) = \frac{1}{8} (6 - x - y); 0 < x < 2, 2 < y < 4$$

$$= 0, \quad \text{otherwise}$$

Find

- (i) $P(x < 1 \cap y < 3)$
(ii) $P(x + y < 3)$
(iii) $P(x < 1 / y < 3)$

(10)

(b) X আৰু Y যাদৃচ্ছিক চলকৰ যৌথ সম্ভাৱিতা ঘনত্ব বণ্টনটো তলত দিয়া হৈছে :

$Y \backslash X$	1	2	3
1	0.1	0.1	0.2
2	0.2	0.3	0.1

মান নিৰ্ণয় কৰা :

$$1+2=3$$

(i) $P \{(x + y) < 4\}$

(ii) X ৰ চৰ্ত সাপেক্ষে ঘনত্ব বণ্টন দিয়া আছে $Y = 1$

The joint probability distribution of random variables X and Y is given by the following table :

$Y \backslash X$	1	2	3
1	0.1	0.1	0.2
2	0.2	0.3	0.1

Find :

(i) $P \{(x + y) < 4\}$

(ii) The conditional distribution of X , given $Y = 1$
