

Total No. of Printed Pages—16

**2 SEM TDC STS G 1 (N/O)**

**2 0 1 6**

( May )

**STATISTICS**

( General )

Course : 201

**( Probability and Distribution )**

*The figures in the margin indicate full marks  
for the questions*

( New Course )

Full Marks : 48

Pass Marks : 14

Time : 2 hours

1. শুদ্ধ উত্তৰটো বাচি উলিওৱা : 1×5=5

Select the correct answer :

(a) যদি  $X \sim N(8, 64)$ , তেন্তে মানক প্ৰসামান্য চলক হ'ব

If  $X \sim N(8, 64)$ , then the standard normal variate will be

(i)  $Z = \frac{X - 64}{8}$

(ii)  $Z = \frac{X - 8}{64}$

(iii)  $Z = \frac{X - 8}{8}$

(iv)  $Z = \frac{8 - X}{8}$

- (b) যদি  $P(A) = 0.5$ ,  $P(B) = 0.3$  আৰু  
 $P(A+B) = 0.8$ , তেতিয়াহ'লে  
 If  $P(A) = 0.5$ ,  $P(B) = 0.3$  and  
 $P(A+B) = 0.8$ , then

(i)  $A$  আৰু  $B$  পবস্পৰ বহিৰ্ভূত ঘটনা  
 $A$  and  $B$  are mutually exclusive events

(ii)  $A$  আৰু  $B$  পবস্পৰ অবহিৰ্ভূত ঘটনা  
 $A$  and  $B$  are mutually non-exclusive events

(iii)  $A$  আৰু  $B$  দুটা স্বতন্ত্ৰ ঘটনা  
 $A$  and  $B$  are independent events

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়  
 None of the above

- (c) পয়ট বণ্টনৰ প্ৰাচলৰ সংখ্যা হৈছে  
 The number of parameters of Poisson distribution is

(i) 3

(ii) 1

(iii) 2

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়  
 None of the above

(d) যদি  $X$  এটা যাদৃচ্ছিক চলক, তেন্তে  $E(e^{tX})$  হ'ল

If  $X$  is a random variable, then  $E(e^{tX})$  is known as

(i) গাণিতিক প্রত্যাশা

mathematical expectation

(ii) ঘূর্ণকজনক ফলন

moment-generating function

(iii) সম্ভাৰিতাজনক ফলন

probability-generating function

(iv) ওপৰৰ গোটটোকেইটা

All of the above

(e) যদি  $X$  এটা যাদৃচ্ছিক চলক আৰু ইয়াৰ মাধ্য  $\bar{X}$ , তেন্তে  $E(X - \bar{X})^2$  হ'ল

If  $X$  is a random variable with its mean  $\bar{X}$ , then the expression  $E(X - \bar{X})^2$  represents

(i) প্রসৰণ

variance

(ii) দ্বিতীয় কেন্দ্ৰীয় ঘূর্ণক

second central moment

(iii) (i) আৰু (ii) দুয়োটা

Both (i) and (ii)

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

2. তলত দিয়া প্রশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

2×5=10

Answer the following questions :

(a) দ্বিপদ বণ্টনৰ আসন্ন ৰূপ হিচাপে পয়চ বণ্টন পোৱাৰ চৰ্তকেইটা উল্লেখ কৰা।

State the conditions under which you get the Poisson distribution as a limiting form of binomial distribution.

(b) চেভাইচেফ্ৰৰ অসমতাটোৰ সূত্রটো লিখা।

State Tchebycheff's inequality.

(c) সম্ভাৰিতাব স্বতঃসৈদ্ধক বিচাৰ পদ্ধতিটো ব্যাখ্যা কৰা।

Explain axiomatic approach to probability.

(d) এটা পাশা নিক্ষেপ কৰোঁতে ইয়াৰ পিঠিত পোৱা সংখ্যাৰ প্রত্যাশিত মান নিৰ্ণয় কৰা।

Find the expected value of the number shown on the face when a die is thrown.

(e) বেইছৰ উপপাদ্যটো লিখা।

State Bayes' theorem.

3. (a) দেখুওৱা যে, পয়চ বণ্টনৰ গড় আৰু প্ৰসৰণ সমান।

5

Show that the mean and variance of a Poisson distribution are equal.

- (b) এখন কিতাপত প্রতি পৃষ্ঠাত ছপাৰ গড় ভুলৰ সংখ্যা 3. এখন পৃষ্ঠাত 5টাতকৈ অধিক ছপাৰ ভুল থকাৰ সম্ভাৰিতা নিৰ্ণয় কৰা। (দিয়া আছে :  $e^{-3} = 0.0498$ ) 3

The average number of printing mistakes per page in a book is 3. Find the probability that a page contains more than 5 printing mistakes. (Given :  $e^{-3} = 0.0498$ )

4. (a) যি কোনো দুটা ঘটনাৰ ক্ষেত্ৰত সম্ভাৰিতাৰ যোগ সূত্ৰটো লিখা আৰু প্রমাণ কৰা। তিনিটা ঘটনাৰ ক্ষেত্ৰত এই সূত্ৰটো লিখা।  $4+1=5$

State and prove addition theorem of probability for any two events. Write down this law for three events.

অথবা /Or

- (b) এজাপ সম্পূৰ্ণ তাচপাতৰ পৰা যাদৃচ্ছিকভাৱে এখিলা পাত টনা হ'ল। পাতখিলা 'ace' নাইবা 'spade' হোৱাৰ সম্ভাৰিতা নিৰ্ণয় কৰা। 5

A card is drawn at random from a full pack of cards. Find the probability that it is either an 'ace' or a 'spade'.

- (c) যদি A আৰু B স্বতন্ত্ৰ ঘটনা হয়, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে A আৰু  $\bar{B}$  স্বতন্ত্ৰ হ'ব। 2

If A and B are independent events, then prove that A and  $\bar{B}$  are also independent.

5. (a) সম্ভাবিতা ঘনত্ব ফলনৰ সংজ্ঞা লিখা। সঞ্চয়ী বৰ্টন ফলনৰ সংজ্ঞা লিখা আৰু ইয়াৰ ধৰ্মসমূহ লিখা। 6

Define probability density function.  
Define cumulative distribution function  
and explain its properties.

অথবা /Or

- (b) ধৰা হ'উক, তলৰ সম্ভাবিতা বৰ্টন থকা যাদুচ্ছিক চলকটো হৈছে  $X$  :

Let  $X$  be a random variable with the following probability distribution :

$X$ :	0	1	2	3
$P(x)$ :	1/3	1/2	1/24	1/8

মান উলিওৱা (Find) :  $E(X-1)^2$ ,  $V(X)$ . 6

- (c) তলৰ ফলনটো সম্ভাবিতা ঘনত্ব ফলন হয়নে, পৰীক্ষা কৰা :

Examine whether the following function is a probability density function or not :

$$f(x) = \frac{1}{18}(3+2x), \quad 2 \leq x \leq 4$$

$$= 0, \quad \text{অন্যথা / otherwise}$$

$P(3 \leq x \leq 4)$  ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। 4

Evaluate  $P(3 \leq x \leq 4)$ .

6. তলৰ  $X$  আৰু  $Y$  দুটা যাদৃচ্ছিক চলকৰ যৌথ সম্ভাৰিতা ঘনত্ব ফলনটো হ'ল

Two random variables  $X$  and  $Y$  have the following joint probability density function :

$$f(x, y) = \begin{cases} 2 - x - y, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{অন্যথা / otherwise} \end{cases}$$

- (a)  $X$  আৰু  $Y$  ৰ প্ৰান্তিক সম্ভাৰিতা ঘনত্ব ফলন নিৰ্ণয় কৰা।

Find the marginal probability density function of  $X$  and  $Y$ .

- (b) প্ৰদত্ত  $Y = y$  ৰ কাৰণে  $X$  ৰ প্ৰতিবন্ধ ঘনত্ব ফলন আৰু প্ৰদত্ত  $X = x$  ৰ কাৰণে  $Y$  ৰ প্ৰতিবন্ধ সম্ভাৰিতা ঘনত্ব ফলন নিৰ্ণয় কৰা।

8

Find the conditional density function of  $X$ , given  $Y = y$  and also conditional density function of  $Y$ , given  $X = x$ .

( Old Course )

Full Marks : 80

Pass Marks : 32

Time : 3 hours

1. শুদ্ধ উত্তৰটো বাচি উলিওৱা :

1×8=8

Select the correct answer :

(a) অসম্ভৱ ঘটনাৰ সম্ভাৱিতা হ'ল

The probability of the impossible event is

(i) 0

(ii) 1

(iii) 2

(iv) 4

(b) দ্বিপদ বন্টনত মাধ্য আৰু প্ৰসৰণৰ সম্পৰ্কটো হ'ল

The relation between mean and variance for binomial distribution is

(i) মাধ্য (mean) < প্ৰসৰণ (variance)

(ii) মাধ্য (mean) > প্ৰসৰণ (variance)

(iii) মাধ্য (mean) = প্ৰসৰণ (variance)

(iv) মাধ্য (mean)  $\leq$  প্ৰসৰণ (variance)



- (c) এজাক সম্পূৰ্ণ তাচপাতৰ পৰা এখিলা 'spade' পাত  
টনাৰ সম্ভাৱিতা হ'ল

The probability of drawing any one spade  
card from a pack of cards is

(i)  $1/52$

(ii)  $4/52$

(iii)  $1/4$

- (iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

- (d) যদি  $x$  আৰু  $y$  দুটা স্বতন্ত্ৰ বিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকৰ প্ৰান্তিক  
সম্ভাৱিতা ফলন  $P_1(x)$  আৰু  $P_2(y)$  হয়, তেন্তে সিহঁতৰ  
যৌথ সম্ভাৱিতা ফলন হ'ল

If  $P_1(x)$  and  $P_2(y)$  be the marginal  
probability function of two independent  
discrete random variables  $x$  and  $y$ , then  
their joint probability function is

(i)  $P(x, y) = P_1(x) \cdot P_2(y)$

(ii)  $P(x, y) = P_1(x)$

(iii)  $P(x, y) = P_2(y)$

- (iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(e) প্রসামান্য বন্টনৰ বাবে অপ্রতিসাম্য  $\beta_1$ ৰ মান হ'ল

For a normal distribution, measure of skewness  $\beta_1$  is

(i) 0

(ii) 1

(iii) 3

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(f) যদি  $X$  আৰু  $Y$  দুটা যাদৃচ্ছিক চলকৰ মাধ্য ক্ৰমে  $\bar{X}$  আৰু  $\bar{Y}$  হয়, তেন্তে  $E[(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})]$ ক কোৱা হয়

If  $X$  and  $Y$  are two random variables with means  $\bar{X}$  and  $\bar{Y}$  respectively, then the expression  $E[(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})]$  is called

(i)  $X$ ৰ প্ৰসৰণ

variance of  $X$

(ii)  $Y$ ৰ প্ৰসৰণ

variance of  $Y$

(iii)  $\text{cov}(X, Y)$

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(g) দ্বিপদ বণ্টনৰ ঘূৰ্ণকজনক ফলন হ'ল

The moment-generating function of binomial distribution is

(i)  $(q + Pe^t)^n$

(ii)  $(q + Pe^t)^{-n}$

(iii)  $(q + Pe^t)$

(iv)  $(q + Pe^{-t})$

(h) যদি  $X$  এটা অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক হয়, তেন্তে  $f(x)$  ক  $X$  ৰ সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলন বুলি কোৱা হ'ব, যদিহে হয়

If  $X$  is a continuous random variable, then  $f(x)$  is called probability density function of  $X$ , if

(i)  $f(x) \geq 0$

(ii)  $\int_a^b f(x) dx = 1 \quad a \leq x \leq b$

(iii) (i) আৰু (ii) দুয়োটাই

Both (i) and (ii)

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

2. তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

4×4=16

Answer the following questions :

(a) মানক প্ৰসামান্য চলকৰ সংজ্ঞা লিখা। যদি  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , তেন্তে মানক প্ৰসামান্য চলকৰ মাধ্যম আৰু প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

Define a standard normal variate. If  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , then determine the mean and variance of standard normal variate.

- (b) যৌগিক সম্ভাবিতা বুলিলে কি বুজা? যৌগিক সম্ভাবিতার সূত্রটো লিখা।

What do you mean by compound probability? State the theorem of compound probability.

- (c) ঘূর্ণকজনক ফলনৰ সংজ্ঞা লিখা আৰু ইয়াৰ দ্বাৰা কেনেকৈ বিভিন্ন মাত্ৰাৰ ঘূর্ণক নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি, ব্যাখ্যা কৰা।

Define moment-generating function and explain how moments of different orders can be obtained from it.

- (d) যদি  $X$  আৰু  $Y$  দুটা যাদৃচ্ছিক চলক হয়, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে  $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$ .

If  $X$  and  $Y$  are two random variables, then prove that  $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$ .

3. (a) দুটা ঘটনাৰ ক্ষেত্ৰত সম্ভাবিতাৰ যোগ সূত্রটো লিখা আৰু প্রমাণ কৰা। তিনিটা ঘটনাৰ ক্ষেত্ৰত এই সূত্রটো লিখা।

State and prove addition theorem of probability in case of two events. Write down this law for three events.

- (b) এটা অঙ্ক তিনিজন ছাত্ৰ  $A$ ,  $B$  আৰু  $C$ ক দিয়া হ'ল। তেওঁলোকে অঙ্কটো সমাধান কৰাৰ সম্ভাবিতা যথাক্রমে  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$  আৰু  $\frac{1}{4}$ । যদিহে তিনিজনে নিজাকৈ চেষ্টা কৰে, তেন্তে অঙ্কটো সমাধান কৰাৰ সম্ভাবিতা কিমান?

4

3

A problem is given to the three students A, B and C whose chances of solving it are  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$  and  $\frac{1}{4}$  respectively. What is the probability that the problem will be solved if all of them try independently?

4. (a) বেইজৰ নীতিটো লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা। 2+5=7  
State and prove Bayes' theorem.

অথবা / Or

- (b) এজন চিকিৎসকে বোগ X শুদ্ধকৈ নিৰ্ণয় কৰাৰ সম্ভাৱনা 60%. বোগ শুদ্ধকৈ নিৰ্ণিত হোৱাৰ পাছত তেওঁৰ চিকিৎসাত বোগীজনৰ মৃত্যু ঘটাব সম্ভাৱনা 40%, বোগ ভুলকৈ নিৰ্ণিত হোৱাৰ ফলত বোগীজনৰ মৃত্যু ঘটাব সম্ভাৱনা 70%। X বোগ থকা এজন বোগীৰ এইজন চিকিৎসকৰ হাতত মৃত্যু হ'ল। বোগীজনৰ বোগ যে শুদ্ধকৈ নিৰ্ণিত হৈছিল, তাৰ সম্ভাৱনা কিমান? 7

The chances that a doctor will diagnose a disease X correctly is 60%. The chances that a patient will die by his treatment after correct diagnosis is 40% and the chances of death by wrong diagnosis is 70%. A patient of this doctor who had disease X died. What is the chance that his disease was diagnosed correctly?

5. (a) দ্বিপদ বন্টনৰ সংজ্ঞা লিখা। কি কি চৰ্তাধীনে উক্ত বন্টন (i) পয়ট বন্টনৰ আৰু (ii) প্ৰসামান্য বন্টনৰ ওচৰ চাপে উল্লেখ কৰা। পয়ট বন্টন নিৰ্ণয় কৰা। 6

Define binomial distribution. State the condition under which this distribution tends to (i) Poisson distribution and (ii) normal distribution. Derive Poisson distribution.

(b) দ্বিপদ বণ্টনৰ গড় আৰু প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 5

Find mean and variance of binomial distribution.

6. (a) মানকীকৃত প্ৰসামান্য বণ্টনৰ গাণিতিক ৰূপ লিখা।  
উক্ত বণ্টনৰ কালি সংশ্লিষ্ট ধৰ্মবোৰ লিখা। 3

Give the mathematical form of standardized normal distribution. State the area properties of this distribution.

(b)  $X$  এটা প্ৰসামান্য চলক, ইয়াৰ মাধ্য 30 আৰু মানক  
বিচলন 5। 4

$X$  is a normal variate with mean 30 and SD 5.

মান নিৰ্ণয় কৰা (Find)

(i)  $P(26 \leq X \leq 40)$

(ii)  $P(X \geq 45)$

দিয়া আছে যে (Given that)

$$P(0 \leq z \leq 0.8) = 0.2881$$

7. (a) বণ্টন ফলন বুলিলে কি বুজা? 2

What do you mean by distribution function?

- (b) গাণিতিক প্রত্যাশা বুলিলে কি বুজা? যদি  $X$  আক  $Y$  দুটা স্বতন্ত্র যাদৃচ্ছিক চলক হয়, তেত্তে প্রমাণ কবা যে  $E(XY) = E(X)E(Y)$ . 2+4=6

What is meant by mathematical expectation? If  $X$  and  $Y$  are two independent random variables, then prove that  $E(XY) = E(X)E(Y)$ .

অথবা / Or

- (c) এটা যাদৃচ্ছিক চলক  $X$  ব সম্ভাবিতা ঘনত্ব ফলন তলত দিয়া ধবণব :

A random variate  $X$  has the following probability function :

$X$ :	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(x)$ :	0	$k$	$2k$	$2k$	$3k$	$k^2$	$2k^2$	$7k^2 + k$

- (i)  $k$  ব মান নির্ণয় কবা।

Find  $k$ .

- (ii) মান নির্ণয় কবা :

Evaluate :

$$P(X < 6), P(X \geq 6), P(0 < X < 5) \quad 6$$

8.  $X$  আক  $Y$  দুটা যাদৃচ্ছিক চলকব যৌথ সম্ভাবিতা ঘনত্ব ফলন

The joint probability density function of two random variables  $X$  and  $Y$  is given by

$$f(x, y) = 2, \quad 0 < x < 1, 0 < y < x \\ = 0, \quad \text{অনাথা / elsewhere}$$

(a)  $X$  আৰু  $Y$  ৰ প্ৰান্তিক ঘনত্ব ফলন নিৰ্ণয় কৰা।

Find the marginal density functions of  $X$  and  $Y$ .

(b) প্ৰদত্ত  $Y = y$  ৰ কাৰণে  $X$  ৰ প্ৰতিবন্ধা ঘনত্ব ফলন আৰু প্ৰদত্ত  $X = x$  ৰ কাৰণে  $Y$  ৰ প্ৰতিবন্ধা ঘনত্ব ফলন নিৰ্ণয় কৰা।

Find the conditional density function of  $X$ , given  $Y = y$  and conditional density function of  $Y$ , given  $X = x$ .

(c)  $X$  আৰু  $Y$  ৰ স্বতন্ত্রতা পৰীক্ষা কৰা।

3+5+1=9

Check for independence of  $X$  and  $Y$ .

9. তিনিটা মুদ্ৰা ওপৰলৈ নিক্ষেপ কৰা হৈছে। মুদ্ৰাকেইটাই দেখুওৱা মুণ্ড সংখ্যাৰ প্ৰত্যাশা আৰু প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

7

Three coins are tossed. Find the expectation and the variance of the number of heads shown by the coins.

\*\*\*