

Total No. of Printed Pages—16.

2 SEM TDC STS G 1 (N/O)

2 0 1 7

(May)

STATISTICS

(General)

Course : 201

(Probability and Distribution)

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

(New Course)

Full Marks : 48

Pass Marks : 14

Time : 2 hours

1. শুদ্ধ উত্তৰটো বাচি উলিওৱা : 1×5=5

Select the correct answer :

(a) প্ৰসামান্য বন্টনৰ প্ৰাচলৰ সংখ্যা হ'ল

The number of parameters of normal distribution is

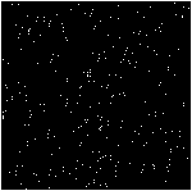
(i) 1

(ii) 3

(iii) 2

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above



(b) এটা পয়ছন বণ্টনৰ কাৰণে

For a Poisson distribution

(i) মাধ্য = প্রসৰণ

mean = variance

(ii) মাধ্য \neq প্রসৰণ

mean \neq variance

(iii) মাধ্য $>$ প্রসৰণ

mean $>$ variance

(iv) মাধ্য $<$ প্রসৰণ

mean $<$ variance

(c) এটা অসম্ভৱ ঘটনাৰ সম্ভাৱিতা

The probability of an impossible event is

(i) 1

(ii) 0

(iii) -1

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(d) যদি যাদৃচ্ছিক চলক X ৰ F এটা বিভাজন ফলন হয়
আৰু $a < b$ হয়, তেন্তে

If F is a distribution function of the
random variable X and if $a < b$, then

(i) $P(a < X \leq b) = F(a) - F(b)$

(ii) $P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$

(iii) $P(a < X \leq b) = F(a) + F(b)$

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(e) যদি X আৰু Y দুটা যাদৃচ্ছিক চলক হয়, তেন্তে সিহঁতৰ সহবিচলন হ'ব

If X and Y are two random variables, then covariance between them is defined as

(i) $\text{cov}(X, Y) = 0$

(ii) $\text{cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$

(iii) $\text{cov}(X, Y) = E(XY) + E(X)E(Y)$

(iv) $\text{cov}(X, Y) = E(XY)$

2. তলত দিয়া প্রশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

2×5=10

Answer the following questions :

(a) তলত দিয়া পদবোৰৰ উদাহৰণসহ সংজ্ঞা দিয়া :

Define the following terms with example :

(i) যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষা

Random experiment

(ii) প্রতিদর্শী সমষ্টি

Sample space

(b) যি কোনো দুটা ঘটনাৰ কাৰণে সম্ভাৰিতাৰ যোগতত্ত্বটো উপস্থাপন কৰা।

State the addition theorem of probability for any two events.

(c) কেন্দ্ৰীয় সীমা প্ৰমেয়টো উপস্থাপন কৰা।

State the central limit theorem.

- (d) দ্বিপদ বন্টনৰ অন্য এটা আসন্ন ৰূপ হিচাপে প্ৰসামান্য বন্টন পোৱাৰ চৰ্তকেইটা উল্লেখ কৰা।

State the conditions under which you get the normal distribution is another limiting form of the binomial distribution.

- (e) সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলনৰ ধাৰণা আৰু সংজ্ঞা দিয়া।

Give the concept and definition of probability density function.

3. (a) এটা দ্বিপদ বন্টনৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

5

Obtain the mean and variance of a binomial distribution.

- (b) যদি এটা ঔদ্যোগিক কাৰখানাৰ দৈনিক হোৱা দুৰ্ঘটনাৰ সংখ্যা এটা 3 প্ৰাচলৰ পয়ছন চলকেৰে বুজোৱা হয়, তেন্তে—

If the number of accidents occurring in an industrial plant during a day is given by a Poisson random variable with parameter 3, find—

- (i) এদিনত কোনো দুৰ্ঘটনা নঘটাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা;

the probability that no accident occurs on a day;

- (ii) প্ৰতিদিনে সংঘটিত হ'ব পৰা দুৰ্ঘটনাৰ প্ৰত্যাশিত সংখ্যা আৰু প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

3

the expected number of accidents per day and also its variance.

4. (a) বেইজৰ উপপাদ্যটো উপস্থাপন কৰা আৰু প্রমাণ কৰা। 5
State and prove Bayes' theorem in probability.

অথবা / Or

- (b) এটা বাকচত 6টা বঙা, 4টা বগা আৰু 5টা ক'লা বল আছে। এজন মানুহে চাৰিটা বল যাদৃচ্ছিকভাৱে টানিলে। টনা বলসমূহৰ ভিতৰত প্রতিটো বঙাৰ কমপক্ষেও এটা বল পোৱাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা।

A box contains 6 red, 4 white and 5 black balls. A person draws 4 balls from the box at random. Find the probability that among the balls drawn there is at least one ball of each colour.

- (c) যদি A আৰু B স্বতন্ত্র ঘটনা হয়, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে \bar{A} আৰু B ও স্বতন্ত্র ঘটনা হ'ব। 2

If A and B are independent events, then prove that \bar{A} and B are also independent events.

5. (a) সম্ভাৱিতা ভাৰ ফলন আৰু সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলনৰ সংজ্ঞা লিখা। সঞ্চয়ী বন্টন ফলনৰ ধৰ্মসমূহ বৰ্ণনা কৰা। 6

Define probability mass function and probability density function. Explain the properties of cumulative distribution function.

(6)

অথবা /Or

- (b) এটা যাদৃচ্ছিক চলকৰ গাণিতিক প্ৰত্যাশা আৰু ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া। ইয়াৰ ধৰ্মসমূহ উল্লেখ কৰা।

Define mathematical expectation of random variables and functions of random variables, and explain its properties.

- (c) এটা যাদৃচ্ছিক চলক X ৰ সম্ভাৱিতা ফলন হৈছে

A random variable X has the following probability functions of X :

x :	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(x)$:	0	k	$2k$	$2k$	$3k$	k^2	$2k^2$	$7k^2 + k$

- (i) k ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

Find the value of k .

- (ii) $P(X < 6)$ আৰু $P(X \geq 6)$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। 4

Evaluate $P(X < 6)$ and $P(X \geq 6)$.

6. (a) যৌথ সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলন কি? 2

What is joint probability density function?

(b) প্রদত্ত যৌথ সম্ভাবিতা বিভাজনৰ পৰা—

Given the following bivariate probability distribution. Obtain—

(i) X আৰু Y ৰ প্ৰান্তিক ঘনত্ব ফলন নিৰ্ণয় কৰা;
the marginal density function of
 X and Y ;

(ii) $Y = 2$ ব কাৰণে X ৰ সপ্ৰতিবন্ধ ঘনত্ব ফলন
নিৰ্ণয় কৰা।

the conditional density function of
 X given $Y = 2$.

$Y \backslash X$	-1	0	1
0	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$
1	$\frac{3}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$
2	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$

3+3=6

(Old Course)

Full Marks : 80

Pass Marks : 32

Time : 3 hours

1. শুদ্ধ উত্তৰটো বাচি উলিওৱা : 1×8=8

Select the correct answer :

- (a) যদি A_1 আৰু A_2 দুটা পৰস্পৰ বহিৰ্ভূত ঘটনা হয়, তেন্তে $P(A_1 \cup A_2)$ হ'ব

If A_1 and A_2 are two mutually exclusive events, then $P(A_1 \cup A_2)$ is

(i) $P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 A_2)$

(ii) $P(A_1) + P(A_2)$

(iii) $P(A_1 A_2)$

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

- (b) এটা নিশ্চিত ঘটনাৰ সম্ভাৱিতা হৈছে

The probability of a certain event is

(i) 0

(ii) 1

(iii) 3

(iv) 4

(c) যদি a এটা ধ্রুবক হয়, তেন্তে $E(a)$ হ'ব

If a is constant, then $E(a)$ is

(i) 1

(ii) a

(iii) 0

(iv) -1

(d) মানুহৰ 'উচ্চতা'টো এটা

The 'height' of a person is

(i) অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক

continuous random variable

(ii) বিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক

discrete random variable

(iii) বিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকও নহয়, অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক
চলকও নহয়

neither discrete random variable
nor continuous random variable

(iv) বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক

discrete as well as continuous
random variable

(e) এটা প্রসামান্য বন্টনৰ কাৰণে

For a normal distribution

(i) মাধ্য \neq মধ্যমা \neq বহুলক
mean \neq median \neq mode

(ii) মাধ্য = মধ্যমা = বহুলক
mean = median = mode

(iii) মাধ্য $<$ মধ্যমা $<$ বহুলক
mean $<$ median $<$ mode

(iv) মাধ্য $>$ মধ্যমা $>$ বহুলক
mean $>$ median $>$ mode

(f) পয়ছন বন্টনৰ প্ৰাচলৰ সংখ্যা হৈছে

The number of parameters of Poisson distribution is

(i) 3

(ii) 1

(iii) 2

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

- (g) যদি X আৰু Y দুটা স্বতন্ত্ৰ বিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকৰ প্ৰান্তিক সম্ভাৱিতা ফলন $P_1(X)$ আৰু $P_2(Y)$ হয়, তেন্তে সিহঁতৰ যৌথ সম্ভাৱিতা ফলন হ'ব .

If $P_1(X)$ and $P_2(Y)$ be the marginal probability functions of two independent discrete random variables X and Y , then their joint probability function is

(i) $P(X, Y) = P_1(X) \cdot P_2(Y)$.

(ii) $P(X, Y) = P_1(X)$

(iii) $P(X, Y) = P_2(Y)$

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

- (h) এটা দ্বিপদ বন্টনত

In a binomial distribution

(i) মাধ্য > প্ৰসৰণ / mean > variance

(ii) মাধ্য = প্ৰসৰণ / mean = variance

(iii) মাধ্য < প্ৰসৰণ / mean < variance

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

2. তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ লিখা :

4×4=16

Answer the following questions :

- (a) গাণিতিক আৰু পৰিসংখ্যিক সম্ভাৱিতাৰ সংজ্ঞা লিখা।

Define mathematical probability and statistical probability.

- (b) সম্ভাবিতা ঘনত্ব ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া আৰু ইয়াৰ ধৰ্মসমূহ উল্লেখ কৰা।

Define probability density function and state its properties.

- (c) পয়ছন বণ্টনৰ সম্ভাবিতা ফলনটো উল্লেখ কৰা আৰু এই বণ্টন কেনেকুৱা ক্ষেত্ৰত ব্যৱহাৰ হ'ব পাৰে, লিখা।

Mention the probability function of Poisson distribution and write in which situations the distribution can be used.

- (d) X আৰু Y দুটা যাদৃচ্ছিক চলকৰ বাবে দিয়া আছে যে
For two random variables X and Y , given that

$$P(X=0, Y=0) = \frac{2}{9}, \quad P(X=0, Y=1) = \frac{1}{9}$$

$$P(X=1, Y=0) = \frac{1}{9}, \quad P(X=1, Y=1) = \frac{5}{9}$$

- (i) এখন যৌথ সম্ভাবিতা বিভাজন তালিকা প্ৰস্তুত কৰা।

Construct a joint probability distribution table.

- (ii) X আৰু Y ৰ বাবে প্ৰান্তিক সম্ভাবিতা বিভাজনৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

Find the marginal probability distribution of X and Y .

3. (a) সম্ভাৰিতাৰ গুণাত্মক সূত্ৰটো উপস্থাপন কৰা আৰু প্ৰমাণ কৰা। 1+3=4

State and prove multiplication theorem of probability.

- (b) এজাপ সম্পূৰ্ণ তাক পাতৰ পৰা যাদুচ্ছিকভাৱে এখিলা পাত টনা হ'ল। পাতখিলা 'ace' নাইবা 'spade' হোৱাৰ সম্ভাৰিতা নিৰ্ণয় কৰা। 3

A card is drawn at random from a full pack of cards. Find the probability that it is either an 'ace' or a 'spade'.

4. (a) চৰ্তসাপেক্ষ সম্ভাৰিতা বুলিলে কি বুজায়? 2

What is meant by conditional probability?

- (b) 5 জন ল'ৰা আৰু তিনিজনী ছোৱালীৰ এটা গোটৰ পৰা তিনিজনক যাদুচ্ছিকভাৱে বাচনি কৰা হ'ল। বাচনি কৰা গোটটোত (i) এজনীও ছোৱালী নথকা আৰু (ii) অন্ততঃ এজনী ছোৱালী থকাৰ সম্ভাৰিতা নিৰ্ণয় কৰা। 5

From a group of 5 boys and 3 girls, three children are selected at random. Find the probability that the selected group contains (i) no girl and (ii) at least one girl.

5. (a) প্রসামান্য বন্টনৰ সম্ভাৰিতা ঘনত্ব ফলনটো লিখা। ইয়াৰ
প্ৰাচলকেইটা কি কি? পবিসংখ্যা বিজ্ঞানত প্ৰসামান্য
বন্টনৰ ভূমিকা লিখা। 1+1+4=6

Write down the probability density function of normal distribution. What are its parameters? Discuss the role of normal distribution in statistics.

- (b) দেখুওৱা যে, পয়ছন বন্টনৰ গড় আৰু প্ৰসৰণ সমান। 5
Show that the mean and variance of a Poisson distribution are equal.

6. (a) চেভাইচেফৰ অসমতাৰ সূত্ৰটো লিখি প্ৰমাণ কৰা। 4
State and prove Tchebycheff's inequality.

- (b) X এটা প্ৰসামান্য চলক, ইয়াৰ মাধ্য 12 আৰু মানক
বিচলন 4. সম্ভাৰিতা নিৰ্ণয় কৰা : 3

X is a normal variate with mean 12 and standard deviation 4. Find out the probability of the following :

(i) $X \geq 20$

(ii) $X \leq 20$

দিয়া আছে (Given that)

$$P(0 \leq z \leq 2) = 0.4772$$

7. (a) অবিচ্ছিন্ন আৰু বিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকৰ গাণিতিক
প্রত্যাশাৰ সংজ্ঞা লিখা। 4

Define mathematical expectation for
discrete and continuous random
variables.

- (b) (i) দুটা পাশা নিক্ষেপ কৰা হ'ল। নম্বৰ দুটাৰ
যোগফলৰ প্রত্যাশিত মান নিৰ্ণয় কৰা। 4

Two dice are thrown. Find the
expected values of the sum of
numbers.

অথবা / Or

- (ii) যদি $M_X(t)$ বিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক X ৰ আঘূৰ্ণ-
জনক ফলন হয়, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে X_1 আৰু
 X_2 দুটা যাদৃচ্ছিক চলকৰ বাবে

$$M_{X_1+X_2}(t) = M_{X_1}(t) \cdot M_{X_2}(t)$$

If $M_X(t)$ is the moment-generating
function of the discrete random
variable X , then prove that for two
random variables X_1 and X_2

$$M_{X_1+X_2}(t) = M_{X_1}(t) \cdot M_{X_2}(t)$$

8. (a) প্রান্তিক বিভাজন আৰু সপ্রতিবন্ধ বিভাজন বুলিলে কি
বুজায়? 3

What is meant by marginal and
conditional distribution?

(b) যাদৃচ্ছিক চলক X ৰ সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলন হ'ল

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x \leq 2 \\ \frac{1}{18}(3+2x) & , \quad 2 < x < 4 \\ 0 & , \quad x \geq 4 \end{cases}$$

The probability density function of a random variable X is

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x \leq 2 \\ \frac{1}{18}(3+2x) & , \quad 2 < x < 4 \\ 0 & , \quad x \geq 4 \end{cases}$$

নিৰ্ণয় কৰা (Determine) :

6

(i) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$

(ii) $P(2 < x < 3)$

9. সূচকীয় বন্টনৰ আঘূৰ্ণজনক ফলন নিৰ্ণয় কৰা আৰু ইয়াৰ পৰা মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

7

Obtain the moment-generating function of exponential distribution and find its mean and variance.
