

Total No. of Printed Pages—19

2 SEM TDC STS G 1 (N/O)

2 0 2 0

STATISTICS

(General)

Course : 201

(Probability and Distribution)

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

(New Course)

Full Marks : 48

Pass Marks : 14

Time : 2 hours

1. শুদ্ধ উত্তৰটো বাচি উলিওৱা : 1×5=5

Select the correct answer :

(a) যদি A আৰু B পৰস্পৰান্তৰ ঘটনা হয়, তেতিয়া

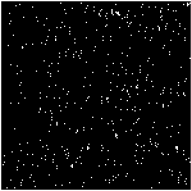
If A and B are mutually exclusive events, then

(i) $P(A \cup B) = 0$

(ii) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

(iii) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

(iv) $P(A \cup B) = \emptyset$



(b) যদি X এটা যাদৃচ্ছিক চলক হয়, তেন্তে $E(t^x)$ হ'ল

If X is a random variable, then $E(t^x)$ is known as

(i) গাণিতিক প্রত্যাশা

mathematical expectation

(ii) ঘূর্ণক-জনক ফলন

moment-generating function

(iii) সম্ভাবিতা-জনক ফলন

probability-generating function

(iv) ওপৰৰ আটাইকেইটা

All of the above

(c) এটা দ্বিপদ বণ্টনৰ মাধ্য = 40 আৰু প্ৰসৰণ = 36,
এই বণ্টনৰ q -ৰ মান হ'ব

A binomial distribution has mean = 40
and variance = 36, its value of q would
be

(i) 0.03

(ii) 0.01

(iii) 0.225

(iv) 0.9

- (d) প্রসামান্য বৰ্টন দ্বিপদ বৰ্টনৰ সীমিতকাৰী আকাৰ হয়, যদি

The normal distribution is a limiting form of binomial distribution, if

- (i) $n \rightarrow \infty, p \rightarrow 0$
(ii) $n \rightarrow 0, p \rightarrow q$
(iii) $n \rightarrow \infty, p \rightarrow n$
(iv) $n \rightarrow \infty, p$ নাইবা q কোনোটোৱেই সৰু নহয়

Neither p nor q is small

- (e) যদি x আৰু y দুটা স্বতন্ত্ৰ বিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকৰ প্ৰান্তিক সম্ভাৰিতা ফলন $P_1(x)$ আৰু $P_2(y)$ হয়, তেন্তে সিহঁতৰ যৌথ সম্ভাৰিতা ফলন হ'ল

If $P_1(x)$ and $P_2(y)$ be the marginal probability functions of two independent discrete random variables x and y , then their joint probability function is

- (i) $P(x, y) = P_1(x) \cdot P_2(y)$
(ii) $P(x, y) = P_1(x)$
(iii) $P(x, y) = P_2(y)$
(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

2. তলৰ প্ৰশ্নকেইটাৰ চমু উত্তৰ দিয়া : 2×5=10

Answer the following questions in brief :

(a) চাৰিটা মুদ্ৰা একেলগে এবাৰ নিক্ষেপ কৰা হ'ল। দুটা মুণ্ড পোৱাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা।

Four coins are tossed together. Find the probability of getting two heads.

(b) বিভাজন ফলনৰ ধৰ্মসমূহ লিখা।

State the properties of distribution function.

(c) প্ৰসামান্য বন্টনৰ সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলনটো লিখা। ইয়াৰ প্ৰাচলকেইটা কি কি ?

Write down the probability density function of the normal distribution. What are its parameters?

(d) কেন্দ্ৰীয় সীমা প্ৰমেয়টো উপস্থাপন কৰা।

State the central limit theorem.

(e) যৌথ সম্ভাৱিতা ফলন বুলিলে কি বুজা ?

What do you understand by joint probability function?

3. (a) সংজ্ঞা লিখা : যাদৃচ্ছিক পরীক্ষা, পুনর্ব্যবৃত্ত অভ্যর্থনায়, যুক্তিত স্বতন্ত্রতা আৰু পাৰস্পৰিক স্বতন্ত্রতা ঘটনা ।

যদি $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ হয়,

তেজ্বে $P(A|B)$ আৰু $P(A \cup B)$ নিৰ্ণয় কৰা । 4+4=8

Define : random experiment, repeated trials, pairwise independence and mutual independence of events.

If $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$, then find $P(A|B)$ and $P(A \cup B)$.

অথবা / Or

- (b) সম্ভাৰিতাব যোগ সূত্রটোৰ সংজ্ঞা লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা ।
এটা বাকচত পাঁচটা ক'লা আৰু তিনিটা বগা বল আছে ।
ইয়াৰ পৰা দুটা বল পুনঃস্থাপন পদ্ধতিৰে টনা হ'ল ।
দুয়োটা বল একেটা বঙৰ হোৱাৰ সম্ভাৰিতা কিমান ? 4+4=8

State and prove the theorem of total probability. A box contains 5 black and 3 white balls. Two balls are drawn with replacement. What is the probability that both the balls drawn are of the same colour?

4. (a) অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক, সম্ভাবিতা ঘনত্ব ফলন আৰু সম্ভাবিতা ভাৰ ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া। অবিচ্ছিন্ন চলক x -ৰ সম্ভাবিতা ঘনত্ব ফলন হ'ল

$$f(x) = kx(1-x)e^x, 0 \leq x \leq 1$$

k -ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা আৰু বৰ্ণনটোৰ সম্ভাৱ্য মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

$$3+7=10$$

Define continuous random variable, probability density function and probability mass function. The probability density function of a continuous random variable x is

$$f(x) = kx(1-x)e^x, 0 \leq x \leq 1$$

Find the value of k and determine the arithmetic mean and variance of the distribution.

অথবা / Or

- (b) গাণিতিক প্ৰত্যাশা বুলিলে কি বুজা? যদি X আৰু Y দুটা যাদৃচ্ছিক চলক হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

$$E(X+Y) = E(X) + E(Y)$$

ধৰা হওক তলৰ সম্ভাবিতা বৰ্ণন থকা যাদৃচ্ছিক চলকটো হৈছে X :

| | | | | |
|--------|---|---------------|---------------|---------------|
| X | : | -3 | 6 | 9 |
| $P(X)$ | : | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ |

$E(X)$, $E(X^2)$ আৰু $E(2X+1)^2$ ৰ মান উলিওৱা।

$$5+5=10$$

What do you mean by mathematical expectation? If X and Y are two random variables, prove that

$$E(X+Y) = E(X) + E(Y)$$

Let X be a random variable with the following probability distribution :

| | | | | |
|--------|---|---------------|---------------|---------------|
| X | : | -3 | 6 | 9 |
| $P(X)$ | : | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ |

Find $E(X)$, $E(X^2)$ and $E(2X+1)^2$.

5. (a) চৰ্তসমূহ স্পষ্টকৈ উল্লেখ কৰি দ্বিপদ বণ্টনৰ পৰা পয়ছঁৰ বণ্টন নিৰ্ণয় কৰা। সূচকীয় বণ্টনৰ আঘূৰ্ণজনক ফলন নিৰ্ণয় কৰা আৰু ইয়াৰ পৰা মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

5+5=10

Derive Poisson distribution from binomial distribution, clearly mentioning the conditions involved. Obtain the moment-generating function of exponential distribution and find its mean and variance.

অথবা / Or

- (b) মানকীকৃত প্রসামান্য বন্টনৰ গাণিতিক ৰূপ লিখা। উক্ত বন্টনৰ কালিসংশ্লিষ্ট ধৰ্মবোৰ লিখা। চেবাইচেভৰ অসমতা সূত্রটো লিখা। যদি এটা যাদৃচ্ছিক চলক X ৰ মাধ্য 40 আৰু মানক বিচলন 5 হয় আৰু $P(40 - b \leq X \leq 40 + b) \geq 0.95$ হয়, তেন্তে চেবাইচেভৰ অসমতা সূত্রৰ সহায়ত b ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

$$4+6=10$$

Give the mathematical form of standardized normal distribution. State the area properties of this distribution. Write Chebyshev's inequality theorem. Let X be a random variable with mean 40 and standard deviation 5. Use Chebyshev's inequality to find the value of b for which $P(40 - b \leq X \leq 40 + b) \geq 0.95$.

6. X আৰু Y দুটা যাদৃচ্ছিক চলকৰ বাবে দিয়া আছে

$$P(X = 0, Y = 0) = \frac{2}{9}; P(X = 0, Y = 1) = \frac{1}{9};$$

$$P(X = 1, Y = 0) = \frac{1}{9}; P(X = 1, Y = 1) = \frac{5}{9}$$

এখন যৌথ সম্ভাৰিতা বিভাজন তালিকা প্ৰস্তুত কৰা।

- (a) X আৰু Y ৰ বাবে প্ৰান্তিক সম্ভাৰিতা বিভাজনৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।
- (b) X -ৰ সপ্ৰতিবন্ধ সম্ভাৰিতা বিভাজন নিৰ্ণয় কৰা, দিয়া আছে $Y = 1$.

Two random variables X and Y have

$$P(X = 0, Y = 0) = \frac{2}{9}; P(X = 0, Y = 1) = \frac{1}{9};$$

$$P(X = 1, Y = 0) = \frac{1}{9}; P(X = 1, Y = 1) = \frac{5}{9}$$

Construct a joint probability distribution table.

- (a) Find the marginal probability distribution of X and Y .
- (b) Find the conditional probability distribution of X , given $Y = 1$.

(10)

(Old Course)

Full Marks : 80

Pass Marks : 32

Time : 3 hours

1. শুদ্ধ উত্তৰটো বাচি উলিওৱা :

1×8=8

Select the correct answer :

(a) দ্বিপদ বণ্টনৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণৰ সম্পৰ্কটো হ'ল

The relation between mean and variance of binomial distribution is

(i) মাধ্য > প্ৰসৰণ

mean > variance

(ii) মাধ্য < প্ৰসৰণ

mean < variance

(iii) মাধ্য = প্ৰসৰণ

mean = variance

(iv) মাধ্য \leq প্ৰসৰণ

mean \leq variance

(b) এটা অসম্ভৱ ঘটনাৰ সম্ভাৱিতা হ'ল

The probability of an impossible event is

(i) 1

(ii) 0

(iii) -1

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

20P/795

(Continued)

- (c) যদি A_1 আৰু A_2 দুটা পৰস্পৰ বহিৰ্ভূত ঘটনা হয়, তেন্তে $P(A_1 \cup A_2)$ হ'ব

If A_1 and A_2 are two mutually exclusive events, then $P(A_1 \cup A_2)$ is

(i) $P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 A_2)$

(ii) $P(A_1) + P(A_2)$

(iii) $P(A_1 A_2)$

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

- (d) A ঘটনাৰ পূৰ্বক ঘটনা \bar{A} -ৰ সম্ভাৰিতা $P(\bar{A})$ হৈছে

The probability of the complementary event \bar{A} of A , given by $P(\bar{A})$ is

(i) $1 - P(A)$

(ii) $\{1 - P(A)\}$ তকৈ সৰু
Less than $\{1 - P(A)\}$

(iii) $\{1 - P(A)\}$ তকৈ ডাঙৰ
greater than $\{1 - P(A)\}$

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(e) যদি a এটা ধ্রুবক হয়, তেন্তে $E(a)$ হ'ব
If a is constant, then $E(a)$ is

(i) 1

(ii) a

(iii) 0

(iv) -1

(f) মানুহৰ উচ্চতাটো হৈছে

The height of a person is

(i) এটা অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক
a continuous random variable

(ii) এটা বিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক
a discrete random variable

(iii) বিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকও নহয়, অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক
চলকও নহয়
neither discrete random variable
nor continuous random variable

(iv) বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক
discrete as well as continuous
random variable

(g) প্রসামান্য বণ্টন দ্বিপদ বণ্টনৰ সীমিতকাৰী আকাৰ হয়, যদি

The normal distribution is a limiting form of binomial distribution, if

(i) $n \rightarrow \infty, p \rightarrow 0$

(ii) $n \rightarrow 0, p \rightarrow q$

(iii) $n \rightarrow \infty, p \rightarrow n$

(iv) $n \rightarrow \infty, p$ নাইবা q কোনোটোৰেই সৰু নহয়

Neither p nor q is small

(h) যদি X এটা λ প্ৰাচলযুক্ত পয়ছঁৰ চলক হয়, তেন্তে ইয়াৰ ঘূৰ্ণক-জনক ফলনটো হ'ল

If X is a Poisson variate with parameter λ , then the moment-generating function of Poisson variate is

(i) $e^{\lambda t - 1}$

(ii) $e^{\lambda(e^{it} - 1)}$

(iii) $e^{i\lambda(e^t - 1)}$

(iv) $e^{\lambda(e^t - 1)}$

2. তলৰ প্ৰশ্নকেইটাৰ চমু উত্তৰ দিয়া : 2×8=16

Answer the following questions in brief :

(a) যাদৃচ্ছিক চলকৰ সংজ্ঞা লিখা। এটা যাদৃচ্ছিক চলক কেতিয়া বিচ্ছিন্ন বুলি কোৱা হয় ?

Define random variable. When is a random variable called discrete?

(b) এটা অনভিনত লুডুগুটি উৎক্ষেপণত পোৱা সংখ্যাৰ প্ৰত্যাশিত মান নিৰ্ণয় কৰা।

Find the expectation of the number on a fair die when thrown.

(c) তলত দিয়াবোৰৰ সংজ্ঞা লিখা :

Define the following :

(i) প্ৰতিদৰ্শ বিন্দু

Sample point

(ii) যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষা

Random experiment

(iii) পৰস্পৰ বহিৰ্ভূত ঘটনা

Mutually exclusive event

(d) সম্ভাৱিতাৰ পৰিসাংখ্যিকীয় সংজ্ঞা লিখা।

Write the statistical definition of probability.

- (e) এটা দ্বিপদ বন্টনৰ যদি মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ ক্ৰমে 6 আৰু 4 হয়, তেন্তে এটা সফল হোৱাৰ সম্ভাৰিতা কিমান ?

If mean and variance of a binomial distribution are 6 and 4 respectively, then what is the probability of getting a success?

- (f) চৰ্তসাপেক্ষ সম্ভাৰিতা বুলিলে কি বুজা ?

What is meant by conditional probability?

- (g) প্ৰসামান্য বন্টনৰ সম্ভাৰিতা ঘনত্ব ফলনটো লিখা। ইয়াৰ প্ৰাচলকেইটা কি কি ?

Write down the probability density function of normal distribution. What are its parameters?

- (h) যদি প্ৰসিদ্ধ প্ৰকাশকৰ প্ৰকাশিত এখন কিতাপৰ প্ৰতিটো পৃষ্ঠাৰ ছপা ভুলৰ সংখ্যা X হয়, তেন্তে X য়ে অনুসৰণ কৰা সম্ভাৰিতা বন্টনটোৰ নাম লিখা।

If X denotes the number of printing mistake at each page of a book published by a reputed publisher, then write the name of the probability distribution followed by X .

3. তলৰ যি কোনো দুটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া : 7×2=14

Answer any two of the following questions :

- (a) এটা যাদুচ্ছিক চলক X ৰ সম্ভাৰিতা বণ্টন তলত দিয়া ধৰণৰ :

A random variable X has the following probability distribution :

| | | | | | |
|--------------|---|------|-------|--------|------------|
| X ৰ মান | : | 0 | 1 | 2 | 3 |
| Value of X | | | | | |
| $p(X)$ | : | 0 | k | $2k$ | $3k$ |
| X ৰ মান | : | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Value of X | | | | | |
| $p(X)$ | : | $3k$ | k^2 | $2k^2$ | $7k^2 + k$ |

- (i) k -ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

Find k .

- (ii) $E(X)$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

Find $E(X)$.

3+4=7

- (b) চৰ্তসমূহ স্পষ্টকৈ উল্লেখ কৰি দ্বিপদ বণ্টনৰ পৰা পয়ছঁৰ বণ্টন নিৰ্ণয় কৰা।

3+4=7

Derive Poisson distribution from binomial distribution, clearly mentioning the conditions involved.

- (c) পৰস্পৰ ঘটনা আৰু স্বতন্ত্ৰ ঘটনা বুলিলে কি বুজা? যদি A আৰু B দুটা স্বতন্ত্ৰ ঘটনা হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে—

What is meant by mutually exclusive events and independent events? If A and B are two independent events, then prove that—

(i) \bar{A} আৰু \bar{B} ও স্বতন্ত্ৰ হ'ব;

\bar{A} and \bar{B} are also independent;

(ii) \bar{A} আৰু B ও স্বতন্ত্ৰ হ'ব।

\bar{A} and B are also independent.

$$3\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2} = 7$$

4. (a) গাণিতিক প্ৰত্যাশাৰ যোগতত্ত্ব উপস্থাপন কৰি প্ৰমাণ কৰা। দুটা পাশা নিক্ষেপ কৰা হ'ল। নম্বৰ দুটাৰ যোগফলৰ প্ৰত্যাশিত মান নিৰ্ণয় কৰা।

$$4+4=8$$

State and prove the additive theorem of mathematical expectation. Two dice are thrown. Find the expected values of the sum of numbers.

- (b) অবিচ্ছিন্ন আৰু বিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকৰ গাণিতিক প্ৰত্যাশাৰ সংজ্ঞা লিখা। X এটা প্ৰসামান্য চলক, ইয়াৰ মাধ্য 12 আৰু মানক বিচলন 4. তলত দিয়াবোৰৰ সঞ্জাৰিতা নিৰ্ণয় কৰা :

Define mathematical expectation for discrete and continuous random

variable. X is a normal variate with mean 12 and standard deviation 4. Find out the probability of the following :

(i) $X \geq 20$

(ii) $X \leq 20$

দিয়া আছে (Given that)

$$P(0 \leq Z \leq 2) = 0.4772 \quad 5+4=9$$

5. (a) পয়ছঁ বণ্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া। বণ্টনটোৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 3+6=9

Define Poisson distribution. Obtain mean and variance of Poisson distribution.

- (b) চেবাইচেবৰ অসমতাৰ সূত্ৰটো লিখি প্ৰমাণ কৰা। যদি এটা যাদুচ্ছিক চলক X ৰ মাধ্য 40 আৰু মানক বিচলন 5 হয় আৰু $P(40 - b \leq X \leq 40 + b) \geq 0.95$ হয়, তেন্তে চেবাইচেবৰ অসমতা সূত্ৰৰ সহায়ত b ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। 4+5=9

State and prove Chebyshev's inequality. Let X be a random variable with mean 40 and standard deviation 5. Use Chebyshev's inequality to find the value of b for which

$$P(40 - b \leq X \leq 40 + b) \geq 0.95$$

6. X আৰু Y বিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকৰ যৌথ সম্ভাৰিতা বিভাজনটো তলত দিয়া হৈছে :

The following table represents the joint probability distribution of the discrete random variable (X and Y) :

| $\rightarrow X$ $Y \downarrow$ | 1 | 2 | 3 |
|-----------------------------------|----------------|---------------|----------------|
| 1 | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{6}$ | 0 |
| 2 | 0 | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{5}$ |
| 3 | $\frac{1}{18}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{2}{15}$ |

- (a) X আৰু Y ৰ প্ৰান্তিক বিভাজন নিৰ্ণয় কৰা।

Evaluate marginal distribution of X and Y .

- (b) Y -ৰ সপ্ৰতিবন্ধ বিভাজন নিৰ্ণয় কৰা। দিয়া আছে $X = 2$.

Evaluate the conditional distribution Y .

Given $X = 2$.

3+4=7
