Total No. of Printed Pages—8

2 SEM TDC MTH G 1

2022

(June/July)

MATHEMATICS

(General)

Course : 201

(Matrices, Ordinary Differential Equations and Numerical Analysis)

Full Marks : 80

Pass Marks : 24

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

GROUP—A

(Matrices)

1. (a) একক মেট্ৰিক্সৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define unit matrix.

(b) মেট্ৰিক্স $A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 3\\ 3 & 1 & 1\end{bmatrix}$ ৰ বিপৰীত মেট্ৰিক্সটো উলিওৱা। 3

Find the inverse of the matrix

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 3\\ 3 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

(c) তলৰ মেট্ৰিক্সটো অভিলম্ব আকাৰলৈ ৰূপান্তৰ কৰি কোটি নিৰ্ণয় কৰা : 4

Find the rank of the following matrix by reducing it to normal form :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

অথবা / *Or*

প্ৰমাণ কৰা যে এটা অনা-একক মেট্ৰিক্সৰ কোটি ইয়াৰ প্ৰতিলোম মেট্ৰিক্সৰ কোটিৰ সমান।

Prove that rank of a non-singular matrix is equal to the rank of its reciprocal matrix.

2. (a) দেখুওৱা যে তলৰ সমীকৰণকেইটা সংগত আৰু সমাধান কৰা : 5

Show that the following equations are consistent and solve :

$$x + 2y - z = 3$$
$$3x - y + 2z = 1$$
$$2x - 2y + 3z = 2$$
$$x - y + z = -1$$

(b) তলৰ মেট্ৰিক্সটোৰ আভিলক্ষণিক মূল নিৰ্ণয় কৰা : 3

Find the characteristic roots of the following matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

(c) কে'লে-হেমিল্টন উপপাদ্যটো লিখা আৰু তলত দিয়া মেট্ৰিক্সটোৰ সহায়ত ইয়াৰ প্ৰমাণ কৰা : 4

State Cayley-Hamilton theorem and verify it with the following matrix :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

অথবা / *Or*

কে'লে-হেমিল্টন উপপাদ্যটো লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা।

State and prove Cayley-Hamilton theorem.

GROUP—B

(Ordinary Differential Equations)

3. (a) এটা অৱকলীয় সমীকৰণ যথাৰ্থ হোৱাৰ চৰ্তটি লিখা। 1

Write down the condition for a differential equation to be exact.

(b) বাৰ্ণলিৰ সমীকৰণটো লিখা। এটা উদাহৰণ দিয়া। 2

Write down the Bernoulli's equation. Give an example

(c) যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 3

Solve (any *one*) :

(i) $e^y dx + (xe^y + 2y) dy = 0$

(ii) $y(2xy + e^x) dx = e^x dy$

(d) যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 2

Solve (any *one*) :

(i) $yp = 2xy + \log q$

(ii) $pq = xy$

4. (a) যি কোনো দুটাৰ সমাধান কৰা : 4×2=8

Solve (any *two*) :

(i) $\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + 5y = xe^x$

(ii) $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 5y = e^{-x}$

(iii) $\frac{d^4y}{dx^4} - m^4 y = \sin mx$

(iv) $x^3\frac{d^3y}{dx^3} + 2x^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + y = \log x$

(b) যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 4

Solve (any *one*) :

(i) $\frac{d^4y}{dx^4} - y = x\sin x$

(ii) $x^2\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + 2y = x\log x$

5. যি কোনো দুটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া : 5×2=10

Answer any *two* questions :

(a) $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = 0$ সমীকৰণৰ এটা বিশেষ সমাধান যদি $y = x$ হয়, তেন্তে ইয়াৰ সাধাৰণ সমাধান উলিওৱা ।

If $y = x$ is a particular solution of $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = 0$, then find its general solution.

(b) প্ৰথম-মাত্ৰাৰ অৱকলনীয় ৰাশি আঁতৰাই তলৰ সমীকৰণটো সমাধান কৰা :

Removing the first-order derivative, solve the following equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2bx\frac{dy}{dx} + b^2x^2y = x$$

(c) প্ৰাচলৰ ভেদ নিয়মেৰে তলৰ সমীকৰণটো সমাধান কৰা :

Apply the method of variation of parameters to solve the following equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + n^2y = \sec nx$$

GROUP—C

(Numerical Analysis)

6. (a) অন্তৰ্বেশনৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define interpolation.

(b) পুনৰুক্তি পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি $x^2 - x - 1 = 0$ সমীকৰণটোৰ এটা বাস্তৱ মূল তৃতীয় দশমিক স্থানলৈ শুদ্ধমান উলিওৱা। 5

Find a real root of the equation $x^2 - x - 1 = 0$ by using iteration method correct to three places of decimal.

(c) নিউটন-ৰাফচন পদ্ধতিত অভিসাৰিতাৰ চৰ্তটোৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা। 4

Discuss about the condition of convergency in the Newton-Raphson method.

অথবা / Or

গ্ৰাফৰ সহায়ত $x - \sin x - 1 = 0$ সমীকৰণটোৰ মূলৰ আসন্ন মান উলিওৱা।

With the help of graph, find the approximate value of the root of $x - \sin x - 1 = 0$.

(d) গাউচ অপনয়ন পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা : 5

Solve by Gauss elimination method :

$$x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z = 1$$
$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y + \frac{1}{4}z = 0$$
$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y + \frac{1}{5}z = 0$$

অথবা / Or

গাউচ-জৰ্ডান পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা :

Solve by Gauss-Jordan method :

$$x+2y+z=8$$
$$2x+3y+4z=20$$
$$4x+3y+2z=16$$

7. (a) নিউটন-ৰাফচন পদ্ধতি কেনে ফলনৰ বাবে সফলকাম নহয় ? 1

Newton-Raphson method fails for what kind of function?

(b) $\sqrt[3]{10}$ ৰ মান উলিওৱা। 2

Find the cube root of 10.

(c) চিম্পচনৰ তিনি-অষ্টাংশ সূত্ৰটো লিখা। 2

Write down the Simpson's three-eighth rule.

(d) নিউটনৰ অধগামী অন্তৰ্বেশন সূত্ৰটো প্ৰতিপন্ন কৰা। 5

Deduce Newton's backward interpolation formula.

(e) ট্ৰেপেজইদেল পদ্ধতিৰ সহায়ত মান নিৰ্ণয় কৰা :

Find the value by trapezoidal rule :

$$\int_4^{5\cdot 2} \log x\, dx$$

যাতে (such that)

$x \Rightarrow$	4·0	4·2	4·4	4·6	4·8	5·0	5·2
$\log x \Rightarrow$	1·3863	1·4351	1·4816	1·5260	1·5686	1·6094	1·6486

5

অথবা / *Or*

লাগ্ৰাঞ্জৰ অন্তৰ্বেশন সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰি তলৰ তালিকাখনৰ পৰা $f(7\cdot5)$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা :

Find $f(7\cdot5)$ by using Lagrange's interpolation formula from the following table :

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$	1	8	27	64	125	216	343	512

★★★