

Total No. of Printed Pages—7

**3 SEM FYUGP STSC3A**

**2 0 2 4**

( December )

**STATISTICS**

( Core )

Paper : STSC3A

**( Sampling Distributions )**

Full Marks : 50

Time : 2 hours

*The figures in the margin indicate full marks  
for the questions*

1. তলত দিয়া বিকল্পবোৰৰ পৰা শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা :

1×5=5

Choose the correct answer from the following alternatives :

- (a) তলত দিয়া কোনটো শুদ্ধ ?

Which of the following is correct?

(i)  $X_n \xrightarrow{P} X \not\Rightarrow X_n \xrightarrow{L} X$

(ii)  $X_n \xrightarrow{L} X \Rightarrow X_n \xrightarrow{P} X$

(iii)  $X_n \xrightarrow{L} X \not\Rightarrow X_n \xrightarrow{P} X$

- (iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above



(b) প্রতিদৰ্শৰ মাধ্যম প্রামাণিক ক্রটি হৈছে

Standard error of sample mean is

(i)  $\sigma^2 / n$

(ii)  $\sigma / \sqrt{n}$

(iii)  $\bar{x} / n$

(iv)  $\bar{x} / \sqrt{n}$

(c) 9 প্রসৰণ থকা প্রসামান্য সমষ্টিৰ পৰা 20 আকাৰৰ এটা যাদৃচ্ছিক প্রতিদৰ্শত, প্রতিদৰ্শৰ গড়  $\bar{x}$ , \_\_\_\_\_ প্রসৰণৰ সৈতে প্রসামান্য বন্টন হিচাপে বিতৰণ কৰা হয়।

In a random sample of size 20 from a normal population with variance 9, the sample mean  $\bar{x}$  is distributed as a normal distribution with variance

(i)  $9/20$

(ii)  $81/400$

(iii)  $81/120$

(iv)  $9 / \sqrt{20}$

(d) দুই বা ততোধিক গুণবাচক চলকৰ মাজৰ সম্পৰ্কৰ স্বতন্ত্ৰতাৰ পৰীক্ষাৰ বাবে ব্যৱহাৰ হোৱা প্রতিদৰ্শজটো হৈছে

For testing the significance of independence of two or more qualitative variables, the test statistic is

(i)  $t$ -প্রতিদৰ্শজ

$t$ -statistic

(ii)  $F$ -প্রতিদৰ্শজ

$F$ -statistic

(iii)  $Z$ -প্রতিদৰ্শজ

$Z$ -statistic

(iv)  $\chi^2$ -প্রতিদৰ্শজ

$\chi^2$ -statistic



- (e) জনসংখ্যাৰ প্ৰসৰণৰ সমতাৰ বাবে ব্যৱহাৰ কৰা পৰীক্ষাৰ পৰিসংখ্যা হ'ল

The test statistic used for testing the equality of population variance is

(i)  $\chi^2$ -পৰীক্ষা

$\chi^2$ -test

(ii)  $F$ -পৰীক্ষা

$F$ -test

(iii)  $t$ -পৰীক্ষা

$t$ -test

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

2. তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া :

2×5=10

Answer the following questions :

(a)  $r$ -th ক্ৰম প্ৰতিদৰ্শক  $X_{(r)}$ ক সংজ্ঞায়িত কৰা।

Define the  $r$ -th order statistic  $X_{(r)}$ .

(b) বিত্ত প্ৰকল্প আৰু বিপৰীত প্ৰকল্প বুলিলে কি বুজা? উদাহৰণসহ ব্যাখ্যা কৰা।

What do you understand by null and alternative hypotheses? Explain with example.



(c) প্রামাণিক ক্রটি কি ?

What is standard error?

(d)  $\chi^2$ -চলকৰ যোগাত্মক ধৰ্মটো উল্লেখ কৰা।

State additive property of  $\chi^2$ -variate.

(e) ষ্টুডেন্টৰ  $t$ -পৰীক্ষাৰ অভিধাৰণাটো উল্লেখ কৰা।

State the assumption of Student's  $t$ -test.

3. এটা-ক্রম প্রতিদর্শজৰ সম্ভাবিতা ঘনত্ব ফলন নির্ণয় কৰা।

4

Obtain the p.d.f. of single-order statistics.

অথবা / Or

কেন্দ্রীয় সীমা প্রমেয়টো সংজ্ঞায়িত কৰা। এটা মুদ্রাক 200 বাৰ  
উৎক্ষেপ কৰা হ'ল, মুণ্ডৰ সংখ্যা 80ৰ পৰা 120ৰ ভিতৰত  
হোৱাৰ আনুমানিক সম্ভাবিতা উলিওৱা।

1+3=4

Define central limit theorem (CLT). A coin is tossed 200 times. Find the approximate probability that the number of heads obtained is between 80 and 120.

4. (a) বৃহৎ সংখ্যাৰ দুৰ্বল নিয়ম উল্লেখ আৰু প্রমাণ কৰা। 1+4=5

State and prove weak law of large numbers.



অথবা / Or

- (b) ছেৰাইচেভৰ বৈষম্যটো উল্লেখ কৰা। এটা প্ৰতিসম পাশা 600 বাৰ নিষ্ক্ষেপ কৰা হ'ল। 80ৰ পৰা 120টা ছয় পোৱাৰ সম্ভাৱনাৰ বাবে নিম্ন সীমা বিচাৰি উলিওৱা।  $1+4=5$

State Chebyshev's inequality. A symmetric die is thrown 600 times. Find the lower bound for the probability of getting 80 to 120 sixes.

5. (a) প্ৰতিদৰ্শকৰ প্ৰতিচয়ন বন্টন বুলিলে কি বুজা? প্ৰসামান্য সমষ্টিৰ পৰা লোৱা প্ৰতিদৰ্শক বন্টনৰ মাধ্যম আৰু প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা।  $3+5=8$

What do you understand by sampling distribution of statistic? Obtain the sampling distribution of mean and variance for a normal population.

অথবা / Or

- (b) ক্ৰান্তিক ক্ষেত্ৰ আৰু সাৰ্থকতা স্তৰৰ সংজ্ঞা দিয়া। দুটা বৃহৎ প্ৰতিদৰ্শক অনুপাতৰ অন্তৰৰ সাৰ্থকতাৰ পৰীক্ষা কেনেকৈ কৰিবা?  $4+4=8$

Define critical region and level of significance. How do you test the significance of difference of proportions in two large samples?



6. (a)  $\chi^2$ -প্রতিদর্শকৰ সংজ্ঞা দিয়া। প্রমাণ কৰা যে স্বতন্ত্ৰ  $\chi^2$ -চলকৰ যোগফলও এটা  $\chi^2$ -চলক। দেখুওৱা যে  $n \rightarrow \infty$  হলে  $\chi^2$ -বন্টন প্রসামান্য বন্টন অনুগামী হয়।

1+4+4=9

Define  $\chi^2$ -statistic. Prove that the sum of independent  $\chi^2$ -variates is also a  $\chi^2$ -variate. Show that  $\chi^2$ -distribution approaches to normal distribution when  $n \rightarrow \infty$ .

অথবা / Or

- (b)  $\chi^2$ -বন্টনৰ সঞ্চয়ী জনক ফলনটো নিৰ্ণয় কৰা। ইয়াৰ প্রথম চাৰিটা সঞ্চয়ী নিৰ্ণয় কৰা আৰু সেয়েহে ইয়াৰ মাধ্যম আৰু প্রসৰণ নিৰ্ণয় কৰা। যদি  $X_1$  আৰু  $X_2$  দুটা স্বতন্ত্ৰ  $\chi^2$ -চলক ক্ৰমে  $n_1$  আৰু  $n_2$  d.f. হয়, তেন্তে প্রমাণ

কৰা যে  $\frac{X_1}{X_2} \sim \beta_2\left(\frac{n_1}{2}, \frac{n_2}{2}\right)$  চলক।

1+4+4=9

Obtain cumulant generating function of  $\chi^2$ -distribution. Obtain its first four cumulants and hence find its mean and variance. If  $X_1$  and  $X_2$  are two independent  $\chi^2$ -variates with  $n_1$  and  $n_2$  d.f., respectively, then prove that  $\frac{X_1}{X_2} \sim \beta_2\left(\frac{n_1}{2}, \frac{n_2}{2}\right)$  variate.



7. (a) ষ্টুডেন্ট- $t$  প্ৰতিদৰ্শকৰ সংজ্ঞা দিয়া। ইয়াৰ সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলনটো লিখা। ষ্টুডেন্ট  $t$ -ৰ বিভিন্ন ব্যৱহাৰ লিখা। দুটা প্ৰতিদৰ্শকৰ মাধ্যম অন্তৰৰ সাৰ্থকতাৰ বাবে  $t$ -পৰীক্ষাৰ বিষয়ে ব্যাখ্যা কৰা।

$$1+1+3+4=9$$

Define Student- $t$  statistic. Write its probability density function. Write down different applications of Student- $t$ . Explain the  $t$ -test for testing the significance of the difference between two sample means.

অথবা / Or

- (b)  $F$ -প্ৰতিদৰ্শকৰ সংজ্ঞা দিয়া। ইয়াৰ ঘনত্ব ফলনটো লিখা।  $(n_1, n_2)$  d.f. ৰ সৈতে  $F$  বণ্টনৰ বহুলক নিৰ্ণয় কৰা।  $t$  আৰু  $F$  বণ্টনৰ মাজৰ সম্পৰ্ক স্থাপন কৰা।

$$1+1+3+4=9$$

Define  $F$ -statistic. Write down its density function. Obtain the mode of  $F$ -distribution with  $(n_1, n_2)$  d.f. Establish the relationship between  $t$  and  $F$  distribution.

★★★