

Total No. of Printed Pages—8

3 SEM FYUGP STSC3B

2 0 2 4

(December)

STATISTICS

(Core)

Paper : STSC3B

(Mathematics for Statistics)

Full Marks : 50

Time : 2 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

1. তলত দিয়া বিকল্পসমূহৰ পৰা শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা :

1×5=5

Choose the correct answer from the following
alternatives :

(a) স্বাভাৱিক সংখ্যা N ৰ সংহতি হ'ল

The set of natural numbers N is

(i) ওপৰত সীমাবদ্ধ

bounded above

(ii) তলত সীমাবদ্ধ

bounded below

(iii) (i) আৰু (ii) দুয়োটা

Both (i) and (ii)

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(b) যদি $s_{n+1} \geq s_n$ হয়, তেন্তে $\{s_n\}$ ক্ৰমটো

If $s_{n+1} \geq s_n$, then the sequence $\{s_n\}$ is

(i) ম'ন'টনিকভাৱে বৃদ্ধি পায়

monotonically increasing

(ii) কঠোৰভাৱে বৃদ্ধি পায়

strictly increasing

(iii) ম'ন'টনিকভাৱে হ্ৰাস পায়

monotonically decreasing

(iv) দোলনশীল

oscillatory

(c) যদি $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ শৃংখলটো একত্ৰিত হয়, তেতিয়া

If the series $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ converges, then

(i) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$

(ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 1$

(iii) $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = -1$

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(d) নির্ণয়কারী $\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & 1 & bc \\ \frac{1}{b} & 1 & ca \\ \frac{1}{c} & 1 & ab \end{vmatrix}$ ৰ মান হ'ব

The value of determinant $\begin{vmatrix} \frac{1}{a} & 1 & bc \\ \frac{1}{b} & 1 & ca \\ \frac{1}{c} & 1 & ab \end{vmatrix}$ is

equal to

(i) abc

(ii) $\frac{1}{abc}$

(iii) 0

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(e) যদি A হৈছে n ক্রমৰ এটা অ-একক মেট্রিক্স, তেন্তে AB বেংক হ'ব

If A is a non-singular matrix of order n , then the rank of A is

(i) 0

(ii) 2

(iii) $n-1$

(iv) n

2. তলৰ প্রশ্নসমূহৰ সংক্ষিপ্ত উত্তৰ দিয়া :

2×5=10

Answer the following questions in brief :

(a) কচীৰ অভিসৰণৰ সাধাৰণ নীতিৰ বিবৃতিটো লিখা।

Give the statement of Cauchy's general principle of convergence.

(b) ৰাবেৰ পৰীক্ষাৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define Raabe's test.

(c) এটা তিৰ্যক সমমিতি মেট্ৰিক্সৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ উল্লেখ কৰা।

State the properties of a skew-symmetric matrix.

(d) ভেক্টৰ স্থানৰ আধাৰৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define basis of a vector space.

(e) এটা মেট্ৰিক্সৰ বেংকৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define rank of a matrix.

3. (a) সীমাবদ্ধ আৰু সীমাহীন সংহতিৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱা যে এটা অখালী সীমিত সংহতি ইয়াৰ কোনো বিন্দুৰ চুবুৰীয়া হ'ব নোৱাৰে। দেখুওৱা যে প্ৰতিটো অভিসৰণ ক্ৰম সীমাবদ্ধ।

2+5+4=11

Define bounded and unbounded sets. Show that a non-empty finite set cannot be an nbd of any of its points. Show that every convergent sequence is bounded.

অথবা / Or

- (b) সীমাবদ্ধ ক্রমৰ নিম্নতম আৰু উচ্চতম সীমাৰ সংজ্ঞা দিয়া।
কচীৰ প্ৰথম সীমা উপপাদ্যটো উল্লেখ কৰা। দেখুওৱা যে

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right] = 0$$

দেখুওৱা যে যি কোনো বাস্তৱ সংখ্যা x ৰ বাবে

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n}{n!} = 0.$$

$$2+2+4+3=11$$

Define limit superior and limit inferior of a bounded sequence. State Cauchy's first theorem on limit. Show that

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right] = 0$$

Show that for any real number x ,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n}{n!} = 0.$$

4. (a) ডি অলেম্বাৰ্টৰ অনুপাত পৰীক্ষাৰ সংজ্ঞা দিয়া।
ডি অলেম্বাৰ্টৰ অনুপাত পৰীক্ষাৰ দ্বাৰা

$$\sum \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \cdot x^n; x > 0 \text{ শৃংখলটো অভিসাৰী বা}$$

অপসৰী হয় নেকী, পৰীক্ষা কৰা।

$$2+5=7$$

Define D'Alembert's ratio test. By virtue of D'Alembert's ratio test, test whether the series

$$\sum \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \cdot x^n; x > 0$$

is convergent or divergent.

অথবা / Or

- (b) পৰিৱৰ্তনশীল শৃংখলৰ বাবে লেইবনিটজ পৰীক্ষাৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱা যে

$$\sum \frac{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdots 3n}{7 \cdot 10 \cdot 13 \cdots (3n+4)} x^n; x > 0$$

শ্ৰেণীটো $x \leq 1$ ৰ বাবে একত্ৰিত হয় আৰু $x > 1$ ৰ বাবে বিপথগামী হয়।

2+5=7

Define Leibnitz test for alternating series. Show that the series

$$\sum \frac{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdots 3n}{7 \cdot 10 \cdot 13 \cdots (3n+4)} x^n; x > 0$$

converges for $x \leq 1$ and diverges for $x > 1$.

5. (a) নিৰ্ণায়কৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ উল্লেখ কৰা। আইডেমপ'টেণ্ট মেট্ৰিক্সৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱা যে যদি A আৰু B n -শাৰীৰ অৰ্থোগনেল মেট্ৰিক্স হয়, তেন্তে AB আৰু BA ও অৰ্থোগনেল মেট্ৰিক্স হ'ব।

2+2+3=7

State the properties of determinant. Define idempotent matrix. Show that if A and B are n -rowed orthogonal matrices, then AB and BA are also orthogonal matrices.

অথবা / Or

(b) একক আৰু অ-একক মেট্ৰিক্সৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱা যে

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

এটা ক্ৰম 3ৰ নিলপোটেন্ট মেট্ৰিক্স।

$$3+4=7$$

Define singular and non-singular matrices. Show that

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

is nilpotent matrix of order 3.

6. তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ পৰা যি কোনো দুটাৰ উত্তৰ দিয়া : $5 \times 2 = 10$

Answer any two questions from the following :

(a) প্রমাণ কৰা যে, যদি দুটা ভেক্টৰ বৈখিকভাৱে নিৰ্ভৰশীল হয়, তেন্তে এটা আনটোৰ স্কেলাৰ মালাটিপল হ'ব :

Prove that if two vectors are linearly dependent, then one of them is a scalar multiple of the other.

- (b) ইচিলন পদ্ধতিৰ দ্বাৰা তলৰ মেট্ৰিক্সৰ বেংক নিৰ্ধাৰণ কৰা :

Determine the rank of the following matrix by echelon form :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 4 \\ 3 & 7 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

- (c) কেইলী-হেমিল্টন উপপাদ্য উল্লেখ কৰা আৰু প্রমাণ কৰা ।

State and prove Cayley-Hamilton theorem.

- (d) দেখুওৱা যে এটা বাস্তৱ সমমিত মেট্ৰিক্সৰ বৈশিষ্ট্যপূৰ্ণ মূলসকলো বাস্তৱ ।

Show that the characteristic roots of a real symmetric matrix are all real.

★★★