

Total No. of Printed Pages—8

1 SEM FYUGP MTHC1

2025

(November)

MATHEMATICS

(Core)

Paper : MTHC1

(**Calculus and Classical Algebra**)

Full Marks : 60 (80 for 2023 Batch)

Time : 2 hours (3 hours for 2023 Batch)

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

UNIT—I

(*Marks* : 11)

1. (a) ডি ম'ইভাৰৰ সূত্রটো উল্লেখ কৰা।

2

State De Moivre's theorem.

(2)

(b) যদি (If)

$$\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 0 = \\ \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma$$

তেজ্ঞে দেখুওরা যে (then show that)

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = \\ \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = \frac{3}{2} \quad 5$$

অথবা / Or

যদি (If) $\text{cis} \theta = \cos \theta + i \sin \theta$ and $x = \text{cis} \alpha$,
 $y = \text{cis} \beta$, $z = \text{cis} \gamma$ আৰু (and) $xyz = x + y + z$,
তেজ্ঞে দেখুওরা যে (then show that)

$$1 + \cos(\beta - \gamma) + \cos(\gamma - \alpha) + \cos(\alpha - \beta) = 0$$

(c) যদি (If)

$$x = \frac{2}{1!} - \frac{4}{3!} + \frac{6}{5!} - \frac{8}{7!} + \dots \text{ to } \infty$$

আৰু (and)

$$y = 1 + \frac{2}{1!} - \frac{2^3}{3!} + \frac{2^5}{5!} - \dots \text{ to } \infty$$

তেজ্ঞে দেখুওরা যে (then show that) $x^2 = y$. 4

অথবা / Or

দেখুওরা যে (Show that)

$$\cos 6\theta = 32 \cos^6 \theta - 48 \cos^4 \theta + 18 \cos^2 \theta - 1$$

UNIT—II

(Marks : 11)

2. (a) লিভনিজৰ সূত্রটো উল্লেখ কৰা। 1

State Leibnitz's theorem.

- (b) যদি (If) $y = \sin(m \sin^{-1} x)$, তেন্তে দেখুওৱা যে (then show that)

$$(1 - x^2)y_{n+2} - (2n + 1)xy_{n+1} + (m^2 - n^2)y_n = 0 \quad 5$$

- (c) ল'পিটেলৰ নিয়ম প্ৰয়োগ কৰি তলৰ মান নিৰ্ণয় কৰা : 5

Use L'Hospital's rule to evaluate the following :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \log_e(1-x) - 1}{\tan x - x}$$

অথবা / Or

তলৰ ফলনটো x ৰ কোন মানৰ বাবে সৰ্বোচ্চ আৰু সৰ্বনিম্ন হ'ব নিৰ্ণয় কৰা :

$$f(x) = 5x^6 - 18x^5 + 15x^4 - 10$$

Investigate for what values of x , the following function

$$f(x) = 5x^6 - 18x^5 + 15x^4 - 10$$

is a maximum or minimum.

UNIT—III

(Marks : 11)

3. (a) যদি (If)

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx; n \in \mathbb{N}$$

তেন্তে দেখুওৱা যে (then show that)

$$I_n = \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-3}{n-2} \cdot \frac{n-5}{n-4} \dots \frac{2}{3}$$

যেতিয়া (when) n হ'ল অযুগ্ম (n is odd)
আৰু (and)

$$I_n = \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-3}{n-2} \cdot \frac{n-5}{n-4} \dots \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2}$$

যেতিয়া (when) n হ'ল যুগ্ম (n is even).

5

অথবা / Or

তলৰ বাবে হ্রাসৰ সূত্রটো উলিওৱা :

Obtain reduction formula for the following :

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x dx$$

(b) (i) ৰেক্টিফিকেশ্বনৰ সংজ্ঞা দিয়া।

1

Define rectification.

- (ii) $r = a(1 + \cos \theta)$ বক্রডালৰ সম্পূৰ্ণ দীঘ উলিওৱা আৰু দেখুওৱা যে ওপৰৰ অৰ্ধচাপটো $\theta = \frac{\pi}{3}$ ত দ্বিখণ্ডিত হৈছে।

5

Find the perimeter of the curve $r = a(1 + \cos \theta)$ and show that the upper half is bisected at $\theta = \frac{\pi}{3}$.

অথবা / Or

যদি মূলবিন্দুৰ পৰা (x, y) বিন্দুলৈ $3ay^2 = x(x - a)^2$ বক্রডালৰ দীঘ s হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে $3s^2 = 4x^2 + 3y^2$.

If s be the length of an arc of $3ay^2 = x(x - a)^2$ measured from the origin to the point (x, y) , then show that $3s^2 = 4x^2 + 3y^2$.

UNIT—IV

(Marks : 11)

4. (a) খালী ঠাই পূৰণ কৰা :

1

এটা ফলন প্রতিলোমীয় হ'ব যদি আৰু যদিহে _____।

Fill in the blank :

A mapping is invertible if and only if it is _____.

(6)

- (b) ইউক্লিড'ৰ এলগৰিথম উদ্ধৃতি দি প্রমাণ কৰা। 5
State and prove Euclid's algorithm.
অথবা / Or
যদি (If) $a = bq + r$, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে (then
prove that) $\text{g.c.d.}(a, b) = \text{g.c.d.}(b, r)$.
- (c) দেখুওৱা যে দুটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা a আৰু b ৰ বাবে
For positive integers a and b , show that
 $\text{g.c.d.}(a, b) \times \text{l.c.m.}(a, b) = ab$ 5

UNIT—V

(Marks : 16)

5. (a) এটা বৈখিক সমীকৰণ প্ৰণালীৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1
Define a system of linear equations.
- (b) এটা মৌলকক্ষৰ এঞ্চিলন আকাৰৰ সংজ্ঞা দিয়া। 2
Define echelon form of a matrix.
- (c) তলৰ মৌলকক্ষটো reduced row echelon form
(RREF) আকাৰলৈ নিয়া : 5
Reduce the following matrix into
reduced row echelon form (RREF) :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -3 & -4 & 8 \\ 4 & 7 & -4 & -3 & 9 \\ 6 & 9 & -5 & 2 & 4 \\ 0 & -9 & 6 & 5 & -6 \end{bmatrix}$$

- (d) h ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা য'ত তলৰ ভেক্টৰকেইটা বৈখিকভাৱে নিৰ্ভৰশীল : 4

Find the value of h for which the following vectors are linearly dependent :

$$(1, -1, 4); (3, -5, 7); (-1, 5, h)$$

- (e) দেখুওৱা যে তলৰ ভেক্টৰকেইটা বৈখিকভাৱে স্বতন্ত্ৰ : 4

Show that the following vectors are linearly independent :

$$(1, 1, 0, 0); (0, 1, -1, 0); (0, 0, 0, 3)$$

(Additional 20 marks for 2023 Batch)

6. (a) যদি n এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

If n be a positive integer, then prove that

$$(1+i)^n + (1-i)^n = 2^{n+1} \cos \frac{n\pi}{4} \quad 4$$

- (b) যদি (If) $y = (\sin^{-1} x)^2$, তেন্তে দেখুওৱা যে (then show that)

$$(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - n^2y_n = 0 \quad 4$$

- (c) $r = 2a \cos \theta$ বক্ৰডালৰ প্ৰাথমিক অক্ষ সাপেক্ষে হোৱা আৱৰ্তনৰ ফলত উৎপন্ন হোৱা গোটা বস্তুটোৰ পৃষ্ঠভাগৰ কালি উলিওৱা। 4

Find the surface area of the solid generated by revolving the curve $r = 2a \cos \theta$ about the initial line.

- (d) যদি (If) $\text{g.c.d.}(a, b)=1$ আৰু (and) $\text{g.c.d.}(a, c)=1$, তেন্তে দেখুওৱা যে (then show that)

$$\text{g.c.d.}(a, bc)=1 \quad 4$$

- (e) তলৰ মৌলকক্ষটো এস্থিলাৰ আকাৰলৈ নিয়া : 4

Reduce the following matrix into echelon form :

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 3 \\ 3 & 9 & 12 & 3 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$
