

Total No. of Printed Pages—7

3 SEM FYUGP MINMTH3

2025

(Nov/Dec)

MATHEMATICS

(Minor)

Paper : MINMTH 3

(Differential Equation)

Full Marks : 60

Time : 2 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

1. (a) প্রথম ক্রমৰ সঠিক অৱকলীয় সমীকৰণৰ সংজ্ঞা লিখা। 1

Define first-order exact differential equation.

(b) $x \frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = 1$ ৰ অনুকলন উৎপাদকটো লিখা। 1

Write the integrating factor of

$$x \frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = 1$$

(c) তলৰ সমীকৰণটোৰ সঠিকতা সঞ্জাপন কৰা : 2

Verify the exactness of the following equation :

$$(2x \sin y + y^3 e^x) dx + (x^2 \cos y + 3y^2 e^x) dy = 0$$

(d) যি কোনো দুটাৰ সমাধান কৰা :

4×2=8

Solve (any two) :

(i) $(2x - y + 1)dx + (2y - x + 1)dy = 0$

(ii) $(x^3 + y^3)dx - xy^2dy = 0$

(iii) $(x^2 + y^2)dx - 2xydy = 0$

(iv) $ydx - xdy + (1 + x^2)dx + x^2 \sin ydy = 0$

2. (a) প্রথম ক্রম আৰু n ঘাতৰ সাধাৰণ অৱকলীয় সমীকৰণ লিখা।

1

Write the general form of first order n th degree differential equation.

(b) n ফলনৰ বৈখিক সংমিশ্রণৰ সংজ্ঞা লিখা।

1

Define linear combination of n functions.

(c) খালি ঠাই পূৰণ কৰা :

1

যদি দ্বি-ক্রমৰ অৱকলনীয় সমীকৰণৰ দুটা সমাধানৰ বনস্কিয়ান একে ধৰণে শূন্য হয়, তেতিয়া সমাধানবোৰ বৈখিকভাৱে _____।

Fill in the blank :

If the Wronskian of two solutions of second-order differential equation is identically zero, then the solutions are linearly _____.

(3)

(d) যি কোনো দুটাৰ সমাধান কৰা, য'ত $p = \frac{dy}{dx}$: $4 \times 2 = 8$

Solve any two, where $p = \frac{dy}{dx}$:

(i) $y = px + \frac{a}{p}$.

(ii) $p(p^2 + xy) = p^2(x + y)$

(iii) $y = 2px - p^2$

(e) দেখুওৱা যে e^{2x} আৰু e^{3x} অৱকলীয় সমীকৰণ

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0$$
 ৰ সমাধান আৰু এই সমাধান

দুটা বৈখিকভাৱে স্বতন্ত্ৰ।

4

Show that e^{2x} and e^{3x} are the solutions of the differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0$$

and these solutions are linearly independent.

অথবা / Or

দেখুওৱা যে $e^x \sin x$ আৰু $e^x \cos x$

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

সমীকৰণৰ বৈখিকভাৱে স্বতন্ত্ৰ সমাধান হয়। সমীকৰণটোৰ

সাধাৰণ সমাধান লিখা। $y(0) = 2$, $\frac{dy}{dx}(0) = -3$ হ'লে
 $y(x)$ সমাধান নিৰ্ণয় কৰা।

Show that $e^x \sin x$ and $e^x \cos x$ are linearly independent solutions of

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

Write the general solution. Find the solution $y(x)$ with the condition $y(0) = 2$, $\frac{dy}{dx}(0) = -3$.

3. (a) দ্বি-ক্রমৰ বৈখিক অৱকলীয় সমীকৰণৰ সাধাৰণ আকাৰটো লিখা। 1

Write the general form of linear differential equation of second-order.

- (b) $9\frac{d^2y}{dx^2} - 12\frac{dy}{dx} + 4y = e^{2x/3}$ সমীকৰণৰ পৰিপূৰক ফলন লিখা। 2

Write the complementary function of the equation

$$9\frac{d^2y}{dx^2} - 12\frac{dy}{dx} + 4y = e^{2x/3}$$

(c) সমাধান কৰা (যি কোনো এটাৰ) : 4

Solve (any one) :

$$(i) \frac{d^3 y}{dx^3} - 3 \frac{d^2 y}{dx^2} + 4y = 4e^x$$

$$(ii) x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + 2y = x^3$$

(d) প্ৰাচলৰ ভেদ নিয়ম প্ৰয়োগ কৰি তলৰ সমীকৰণটো সমাধান কৰা : 5

Solve the following equation by the method of variation of parameters :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + n^2 y = \sec nx$$

অথবা / Or

তলৰ সমান্তৰাল সমীকৰণবোৰৰ সমাধান কৰা :

Solve the following simultaneous equations :

$$\frac{dx}{dt} - 7x + y = 0, \quad \frac{dy}{dt} - 2x - 5y = 0$$

4. (a) তলৰ আংশিক অৱকলনীয় সমীকৰণৰ ঘাত লিখা : 1

Write the degree of the following PDE :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial z}{\partial x} = 0$$

- (b) আংশিক অৱকলনীয় সমীকৰণৰ সমাধান $f(p, q) = 0$ আকাৰত লিখা। 1

Write the solution of a PDE of the form $f(p, q) = 0$.

- (c) $z = a(x + y) + b$ ব পৰা ইচ্ছাকৃত ধ্ৰুৱক a আৰু b অপসাৰণ কৰি আংশিক অৱকলনীয় সমীকৰণ তৈয়াৰ কৰা। 2

Form the PDE by eliminating arbitrary constants a and b from $z = a(x + y) + b$.

- (d) লাগ্ৰাঞ্জৰ নিয়মেৰে যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 4

Solve any one by Lagrange's method :

(i) $(1 + y)p + (1 + x)q = z$

(ii) $xp + zq + y = 0$

- (e) চাৰপিটৰ নিয়মেৰে যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 4

Solve any one by Charpit's method :

(i) $zpq = p + q$

(ii) $q = (z + px)^2$

5. (a) $Rr + Ss + Tt + f(x, y, z, p, q) = 0$ সমীকৰণটো উপবৃত্তাকাৰ হোৱাৰ চৰ্ত লিখা। 1

Write the condition when the equation $Rr + Ss + Tt + f(x, y, z, p, q) = 0$ is elliptic.

(b) সঠিক বিকল্প বাছি উলিওৱা :

1

Choose the correct option :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial z}{\partial t} \text{ হ'ল (is)}$$

(i) উপবৃত্তীয় / elliptic

(ii) অধিবৃত্তীয় / parabolic

(iii) হাইপারবলিক / hyperbolic

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয় / None of the above

(c) তলৰ সমীকৰণবোৰৰ শ্ৰেণীবিভাজন কৰা :

Classify the following equations :

$$(i) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} = 0 \quad 2$$

$$(ii) \quad xy \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (x^2 - y^2) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - xy \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ + y \frac{\partial u}{\partial x} - x \frac{\partial u}{\partial y} = 2(x^2 - y^2) \quad 3$$

$$(iii) \quad 2y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ = \frac{y^2}{x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{x^2}{y} \frac{\partial u}{\partial y} \quad 2$$
