

Done ✓

Total No. of Printed Pages—7

4 SEM FYUGP MTHC4D

2025

(June)

MATHEMATICS

(Core)

Paper : MTHC4D

(PDE and System of ODE)

Full Marks : 60

Time : 2 hours

The figures in the margin indicate full marks
for the questions

1. (a) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ ঘাত
লিখা। 1

Write the degree of the PDE $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial z}{\partial y} = 0$.

- (b) $y^2 p - xyq = x(z - 2y)$ সমীকৰণটোৰ লাগ্ৰাঞ্জৰ
সহায়ক সমীকৰণ লিখা। 1

Write the Lagrange's auxiliary equation
for $y^2 p - xyq = x(z - 2y)$.

- (c) বৈখিক আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ সংজ্ঞা লিখা। 1

Define linear partial differential
equation.

(d) সমাধান কৰা (যি কোনো এটাৰ) :

5

Solve (any one) :

(i) $yzp + zxq = xy$

(ii) $z(x+y)p + z(x-y)q = x^2 + y^2$

2. (a) Charpitৰ পদ্ধতিৰে $p = (z + qy)^2$ সমীকৰণটোৰ সম্পূৰ্ণ সমাধান উলিওৱা।

5

Find the complete integral of the equation $p = (z + qy)^2$ by Charpit's method.

অথবা/Or

$p_3 x_3 (p_1 + p_2) + x_1 + x_2 = 0$ ৰ সম্পূৰ্ণ সমাধান উলিওৱা।

Find the complete integral of $p_3 x_3 (p_1 + p_2) + x_1 + x_2 = 0$.

(b) $\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = u$ সমীকৰণটোৰ কেনোনিকেল আকাৰত

হ্রাস কৰা আৰু সাধাৰণ সমাধান উলিওৱা।

6

Reduce the equation

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = u$$

to canonical form and obtain the general solution.

অথবা / Or

$$\frac{\partial u}{\partial x} + 2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad u(0, y) = 4e^{-2y} \quad \text{প্রাৰম্বিক}$$

সমস্যাটোৰ চলক পৃথকিকৰণ পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা।

Solve the initial value problem

$$\frac{\partial u}{\partial x} + 2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad u(0, y) = 4e^{-2y}$$

by the method of separation of variables.

3. (a) $Rr + Ss + Tt + f(x, y, z, p, q) = 0$ সমীকৰণটোৰ
অধিবৃত্তীয় হোৱাৰ চৰ্ত লিখা। 1

Write the condition when the equation
 $Rr + Ss + Tt + f(x, y, z, p, q) = 0$ is parabolic.

- (b) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ সমীকৰণটো শ্ৰেণীভুক্ত কৰা। 2

Classify the equation $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$.

- (c) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ সমীকৰণটোক
কেনোনিকেল আকাৰত হ্রাস কৰা। 5

Reduce the equation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

to canonical form.

অথবা / Or

সমাধান কৰা (solve) :

$$p+r+s=1$$

(d) একমাত্রিক তৰংগ সমীকৰণ উলিওৱা।

7

Derive one-dimensional wave equation.

অথবা / Or

চলক পৃথকীকৰণ পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি একমাত্রিক তাপ সমীকৰণ সমাধান কৰা।

Solve one-dimensional heat equation by the method of separation of variables.

4. (a) দ্বি-মাত্রিক তাপ সমীকৰণৰ সাধাৰণ ৰূপ লিখা।

1

Write the general form of two-dimensional wave equation.

(b) চলক পৃথকীকৰণ পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি সমাধান কৰা:

6

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

Solve $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0$ using the

method of separation of variable.

অথবা / Or

সমাধান কৰা (Solve) :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = k^2 \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)$$

যেতিয়া / when

$$u(0, t) = u(l, t) = 0, u(x, 0) = \sin \frac{\pi x}{l}$$

5. (a) চলক সহগ থকা সাধাৰণ অৱকল সমীকৰণৰ বৈখিক ব্যৱস্থাৰ উদাহৰণ লিখা। 1

Write an example of linear system of ODE with variable coefficient.

(b) $\frac{d^3 x}{dt^3} + 2 \frac{d^2 x}{dt^2} - \frac{dx}{dt} - 2x = e^{3t}$ বৈখিক অৱকল

সমীকৰণটো প্ৰথম বৰ্গৰ ব্যৱস্থা অৱকল সমীকৰণলৈ ৰূপান্তৰিত কৰা। 3

Transform the linear differential equation

$$\frac{d^3 x}{dt^3} + 2 \frac{d^2 x}{dt^2} - \frac{dx}{dt} - 2x = e^{3t}$$

into system of first-order differential equation.

(6)

অথবা/Or

$2 \frac{dx}{dt} + 6 \frac{dy}{dt} + 7y = t$ সমীকৰণক স্বাভাৱিক ৰূপত
লিখা।

Write the equation $2 \frac{dx}{dt} + 6 \frac{dy}{dt} + 7y = t$
into normal form.

(c) ধৰা (Let) $L_1 \equiv 2D + 1$, $L_2 \equiv D^2 + 1$, $f(t) = t^3$
য'ত (where) $D \equiv \frac{d}{dt}$, দেখুওৱা যে (show that)
 $L_1 L_2 f = L_2 L_1 f$. 4

অথবা/Or

$\frac{dx}{dt} = 6x - 3y$, $\frac{dy}{dt} = 2x + y$ ৰ সমাধানত জড়িত
সমীকৰণটোৰ বৈশিষ্ট্যমূলক মূলবোৰ উলিওৱা।

Find the characteristic roots of the equation
associated in the solution of

$$\frac{dx}{dt} = 6x - 3y, \quad \frac{dy}{dt} = 2x + y$$

6. (a) অইলাৰৰ পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰা। 5
Describe Euler's method.

অথবা / Or

$$\frac{dy}{dx} = x + y, \quad y(0) = 1$$

কৰা ফলনটোৰ প্ৰথম দুটা আনুমানিক মান নিৰ্ণয় কৰা।

Find first two approximations of the function that approximate the exact solution of the equation

$$\frac{dy}{dx} = x + y, \quad y(0) = 1$$

(b) $\frac{dx}{dt} = 5x - 2y, \quad \frac{dy}{dt} = 4x - y,$ সমীকৰণৰ সাধাৰণ

সমাধান উলিওৱা।

6

Find the general solution of the linear system of equations

$$\frac{dx}{dt} = 5x - 2y, \quad \frac{dy}{dt} = 4x - y$$

অথবা / Or

অপাৰেটৰ পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ সমীকৰণৰ সাধাৰণ সমাধান উলিওৱা :

Using operator method, find the general solution of the following equations :

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - x - 3y = e^t$$

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + x = e^{3t}$$

★★★