

Total No. of Printed Pages—8

4 SEM FYUGP STSC4B

2025

(June)

STATISTICS

(Core)

Paper : STSC4B

(Statistical Inference—I)

Full Marks : 50

Time : 2 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

1. তলৰ বিকল্পসমূহৰ পৰা শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা : $1 \times 5 = 5$

Choose the correct answer from the following
alternatives :

(a) $\gamma(\theta)$ ৰ এটা আকলক T_n ৰ সংগতিৰ অৰ্থ হৈছে

The consistency of an estimator T_n of
 $\gamma(\theta)$ means

(i) $P_\theta \{ |T_n - \gamma(\theta)| > \varepsilon \} = 1$

(ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} P_\theta \{ |T_n - \gamma(\theta)| > \varepsilon \} = 1$

(iii) $\lim_{n \rightarrow \infty} P_\theta \{ |T_n - \gamma(\theta)| < \varepsilon \} = 0$

(iv) ওপৰৰ আটাইকেইটা

All of the above

(b) এটা চৰম শক্যতা আকলক সদায়
A maximum likelihood estimator is
always

(i) অনভিনত
unbiased

(ii) সংগত
consistent

(iii) অনভিনত আৰু সংগত
unbiased and consistent

(iv) সংগত হয় কিন্তু অনভিনত নহ'বও পাৰে
consistent but need not be unbiased

(c) যদি β দ্বিতীয় প্ৰকাৰৰ ত্ৰুটিৰ সম্ভাৱিতা হয়, তেন্তে
 $(1 - \beta)$ ক কোৱা হ'ব

If β is the probability of type II error,
then $(1 - \beta)$ is called

(i) প্ৰথম প্ৰকাৰ ত্ৰুটি
type I error

(ii) পৰীক্ষাৰ ক্ষমতা
power of the test

(iii) সাৰ্থকতা স্তৰ
level of significance

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়
None of the above

(d) শক্যতা অনুপাত প্রতিদর্শক (λ) ৰ পৰিসৰ হৈছে
The range of likelihood ratio statistic (λ)
is

(i) 0 ৰ পৰা 1 লৈ

0 to 1

(ii) $-\infty$ ৰ পৰা $+\infty$ লৈ

$-\infty$ to $+\infty$

(iii) -1 ৰ পৰা +1 লৈ

-1 to +1

(iv) 0 ৰ পৰা ∞ লৈ

0 to ∞

(e) ক্ৰমিক সম্ভাৰনা অনুপাত পৰীক্ষাত A ৰ মান নিৰূপণ
কৰা হয় কোনটোৰ সহায়ত ?

The value of A in SPRT procedure is
determined by

$$(i) A = \frac{1-\beta}{\alpha}$$

$$(ii) A = \frac{\alpha}{1-\beta}$$

$$(iii) A = \frac{\beta}{1-\alpha}$$

$$(iv) A = \frac{\alpha-\beta}{\alpha+\beta}$$

2. তলত দিয়া প্ৰশ্নসমূহৰ সংক্ষিপ্ত উত্তৰ দিয়া : 2×5=10

Answer the following questions in brief :

(a) ক্ষুদ্ৰতম প্ৰসৰণসহ অনভিনত আকলকৰ সংজ্ঞা লিখা ।

Define minimum variance unbiased
estimator.

(b) ঘূৰ্ণক পদ্ধতিৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ উল্লেখ কৰা।

State the properties of method of moments.

(c) একেধৰণৰ আটাইতকৈ শক্তিশালী পৰীক্ষাৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define uniformly most powerful test.

(d) সম্ভাৱনাৰ অনুপাত পৰীক্ষাৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ উল্লেখ কৰা।

State the properties of likelihood ratio test.

(e) ক্ৰমিক সম্ভাৱনা অনুপাত পৰীক্ষাৰ ব্যৱহাৰসমূহ উল্লেখ কৰা।

Write some applications of sequential probability ratio test.

3. (a) (i) ধৰা হ'ল x_1, x_2, \dots, x_n যাদৃচ্ছিক
প্রতিদৰ্শসমূহ দ্বিপদ বণ্টনৰ সমষ্টিৰ পৰা লোৱা
হৈছে আৰু ইয়াৰ প্ৰাচল n আৰু p . p জ্ঞাত হ'লে
 n ৰ অনভিনত আকলক নিৰ্ণয় কৰা। আকলকৰ
প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 4+1=5

Let x_1, x_2, \dots, x_n be a random sample from binomial population with parameters n and p . If p is known, then find unbiased estimator of n and variance of the estimator.

- (ii) লাহমান-শ্বেফ উপপাদ্যটো উল্লেখ কৰা। ধৰা হৈছে T_1 আৰু T_2 দুয়োটা θ ৰ অনভিনত আকলক আৰু $V(T_1) = 0.6$ আৰু $V(T_2) = 0.9$. T_1 ৰ তুলনাত T_2 ৰ আপেক্ষিক দক্ষতা উলিওৱা। $1+3=4$

State the Lehmann-Scheffe theorem.

Let T_1 and T_2 be two unbiased estimators of θ and $V(T_1) = 0.6$ and $V(T_2) = 0.9$. Find the relative efficiency of T_2 compared to T_1 .

অথবা / Or

- (b) (i) এটা আকলক সংগত হোৱাৰ প্ৰয়োজনীয় আৰু পৰ্যাপ্ত চৰ্তসমূহ উল্লেখ কৰা। এটা বানলি চলক X ৰ যাদৃচ্ছিক নিৰীক্ষণবোৰ যদি x_1, x_2, \dots, x_n হয় আৰু সিহঁতে একক মান ল'লে সম্ভাৱিতা হয় $(1-p)$, তেনেহ'লে দেখুওৱা যে $\frac{\sum x_i}{n} \left(1 - \frac{\sum x_i}{n}\right)$, $p(1-p)$ ৰ এটা সংগত আকলক। $1+4=5$

State the necessary and sufficient conditions for an estimator to be consistent. If x_1, x_2, \dots, x_n are random observations of a Bernoulli variate X taking the value 1 with probability p and the value 0 with probability $(1-p)$, then show that

$$\frac{\sum x_i}{n} \left(1 - \frac{\sum x_i}{n}\right)$$

is a consistent estimator of $p(1-p)$.

(ii) ক্রেমাৰ-ৰাও অসমতাৰ সূত্রটো লিখা। নিম্নতম
 প্রসৰণ অনভিনত আকলক পাবলৈ ক্রেমাৰ-ৰাও
 অসমতা কেনেকৈ ব্যৱহাৰ কৰা হয়? $2+2=4$

State Cramer-Rao inequality. How
 is Cramer-Rao inequality useful
 in obtaining minimum variance
 unbiased estimator?

4. (a) শক্যতা ফলন বুলিলে কি বুজা? এটা প্রসামান্য সমষ্টি
 $N(\mu, \sigma^2)$ ৰ পৰা লোৱা এটা যাদৃচ্ছিক প্রতিদৰ্শৰ চৰম
 শক্যতা আকলক নিম্নলিখিতবোৰৰ বাবে উলিওৱা : $1+3+3=7$

What do you mean by likelihood
 function? For random sample from
 normal population $N(\mu, \sigma^2)$, find the
 maximum likelihood estimator for the
 following :

(i) μ ৰ কাৰণে, যেতিয়া σ^2 জ্ঞাত হয়

μ , when σ^2 is known

(ii) σ^2 ৰ কাৰণে, যেতিয়া μ জ্ঞাত হয়

σ^2 , when μ is known

অথবা / Or

(b) ক্ষুদ্রতম কাই-বৰ্গ আকলনৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ উল্লেখ কৰা।
 এটা n আকাৰৰ প্রতিদৰ্শৰ ওপৰত ভিত্তি কৰি পয়চ
 বৰ্ণনৰ প্রাচল θ ৰ চৰম শক্যতা আকলক উলিওৱা। $3+4=7$

State the properties of minimum
 chi-square method of estimation. Find
 the maximum likelihood estimator for
 the parameter θ of a Poisson
 distribution on the basis of sample of
 size n .

5. (a) (i) পৰিসাংখ্যিকীয় প্ৰকল্প বুলিলে কি বুজা? উদাহৰণৰ সৈতে বিজ্ঞ আৰু বিকল্প প্ৰকল্পৰ সংজ্ঞা দিয়া। সাৰ্থকতা স্তৰৰ সংজ্ঞা দিয়া। $1+3+1=5$

What is statistical hypothesis? Define null and alternative hypotheses with examples. Define level of significance.

- (ii) দেখুওৱা যে এটা সৰ্বশ্ৰেষ্ঠ ক্ৰান্তিয় অঞ্চল (BCR)ৰ শক্তি কেতিয়াও ইয়াৰ আকাৰতকৈ কম নহয়। 4

Show that power of a BCR (Best Critical Region) is never less than its size.

অথবা / Or

- (b) (i) নেইমেন-পীয়েৰছন লেম্মাৰ উপযোগিতা ব্যাখ্যা কৰা। 2

Explain the utility of Neyman-Pearson lemma.

- (ii) দেখুওৱা যে একেধৰণৰ আটাইতকৈ শক্তিশালী ক্ৰান্তিক ক্ষেত্ৰ নিৰপেক্ষ হ'ব লাগিব। সম্ভাৱনা অনুপাত পৰীক্ষাৰ নিৰ্মাণৰ সাধাৰণ পদ্ধতিটো আলোচনা কৰা। $4+3=7$

Show that uniformly most powerful critical region is necessarily unbiased. Discuss the general method of construction of likelihood ratio test.

6. (a) বাল্ডৰ ক্ৰমিক সম্ভাৰনা অনুপাত পৰীক্ষাৰ বিষয়ে চমু
খাৰণা দিয়া। গড় θ আৰু একক পাৰ্থক্যৰ সৈতে এটা
প্ৰসামান্য সমষ্টিৰ বাবে $H_0 : \theta = \theta_0$ ৰ বিপৰীতে
 $H_1 : \theta = \theta_1 (> \theta_0)$ পৰীক্ষা কৰিবলৈ n কিমান ডাঙৰ
হ'ব লাগিব? 5+5=10

Briefly describe Wald's sequential probability ratio test. How large must n be for testing $H_0 : \theta = \theta_0$ against $H_1 : \theta = \theta_1 (> \theta_0)$ for a normal population with mean θ and variance 1?

অথবা / Or

- (b) পয়ছ বণ্টনৰ বাবে $H_0 : \theta = \theta_0$ ৰ বিপৰীতে
 $H_1 : \theta = \theta_1$ পৰীক্ষা কৰিবলৈ ক্ৰমিক সম্ভাৰনা অনুপাত
পৰীক্ষা ব্যৱহাৰ কৰা যাৰ সম্ভাৰিতা ভৰ ফলন

$$f(x, \theta) = \frac{e^{-\theta} \cdot \theta^x}{x!}; x = 0, 1, 2, \dots$$

তদুপৰি OC আৰু ASN ফলনৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। 6+4=10

Use SPRT to test the hypothesis $H_0 : \theta = \theta_0$ vs. $H_1 : \theta = \theta_1$ for the Poisson distribution having p.m.f.

$$f(x, \theta) = \frac{e^{-\theta} \cdot \theta^x}{x!}; x = 0, 1, 2, \dots$$

Also find OC and ASN functions.
