

Total No. of Printed Pages—7

**5 SEM TDC MTH G 1**

**2 0 1 9**

( November )

**MATHEMATICS**

( General )

Course : 501

**[ (A) Analysis—II, (B) Mechanics ]**

*Full Marks : 80*

*Pass Marks : 32/24*

*Time : 3 hours*

*The figures in the margin indicate full marks  
for the questions*

**(A) Analysis—II ( Complex Analysis )**

( Marks : 35 )

1. (a)  $\frac{dw}{dz}$  ধৰ্মীয় আকাৰত লিখা। 1

Write  $\frac{dw}{dz}$  in polar form.

(b) জটিল ফলনৰ সসীম অৱকলজ বৰ্তাৰ পৰ্যাপ্ত চৰ্ত লিখা। 1

Write the condition which is necessary  
for existence of a finite derivative of a  
complex function.

- (c) দেখুওৱা যে  $z$  ৰ যি কোনো অশূন্য মানৰ বাবে  $f(z) = |z|$  অৱকলনীয় নহয়। 4

Show that  $f(z) = |z|$  is not differentiable for any non-zero value of  $z$ .

অথবা / Or

যদি  $f(z) = u + iv$  এটা বৈশ্লেষিক ফলন হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে,  $u$  এটা প্ৰসংবাদী ফলন।

If  $f(z) = u + iv$  is an analytic function, then show that  $u$  is harmonic.

- (d) যদি  $u = x^3 - 3xy^2 + 3x^2 - 3y^2 + 1$ , তেন্তে সংশ্লিষ্ট বৈশ্লেষিক ফলন নিৰ্ণয় কৰা। 4

If  $u = x^3 - 3xy^2 + 3x^2 - 3y^2 + 1$ , then find the corresponding analytic function.

2. (a) বহু সংযোগী অঞ্চলৰ ক'চিৰ অনুকলন সূত্ৰৰ উক্তি লিখা। 2

Write the statement of Cauchy's integral formula to multiconnected regions.

- (b) অৰ্ধ-বৃত্তাকাৰ বক্ৰ  $|z| = 1$  ৰ  $-1$  ৰ পৰা  $1$  লৈ  $\int \frac{1}{z} dz$  নিৰ্ণয় কৰা। 4

Evaluate  $\int \frac{1}{z} dz$  along a semi-circular arc  $|z| = 1$  from  $-1$  to  $1$ .

- (c) ক'চিৰ অনুকলন সূত্ৰ উল্লেখ কৰি প্ৰমাণ কৰা। 6

State and prove Cauchy's integral formula.

অথবা / Or

প্রমাণ কৰা যে বৈশ্লেষিক ফলনৰ অৱকলজ বৈশ্লেষিক।

Prove that derivative of an analytic function is analytic.

3. (a) অনন্যতাৰ সংজ্ঞা লিখা। 1  
Define singularity of a function.

(b) আঁতৰকৰিব পৰা অনন্যতা থকা এটা ফলনৰ উদাহৰণ লিখা। 2

Write an example of a function which has removable singularity.

(c)  $1 < |z| < 3$  অঞ্চলত  $f(z) = \frac{1}{(z+1)(z+3)}$  ক লবেন্‌ছ শ্ৰেণীত বিস্তাৰ কৰা। 4

Expand  $f(z) = \frac{1}{(z+1)(z+3)}$  in a Laurent's series for the region  $1 < |z| < 3$ .

(d) মান নিৰ্ণয় কৰা (যি কোনো এটা) : 6  
Evaluate (any one) :

(i)  $\int_0^{2\pi} \frac{\cos 2\theta}{5+4\cos\theta} d\theta$

(ii)  $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1+a^2-2a\cos\theta}, \quad 0 < a < 1$

**(B) Mechanics**

( Marks : 45 )

**(a) Statics**

4. (a) বিস্তৃত বেষ্টৰ সংজ্ঞা লিখা। 1  
Define null lines.
- (b) এটা বলৰ ভ্ৰামক শূন্য হোৱাৰ চৰ্ত লিখা। 1  
Write the condition when moment of a force vanishes.
- (c) কোনো এক বল প্ৰণালী শূন্যলৈ ইকুইপলেন্ট হোৱাৰ চৰ্ত উল্লেখ কৰা। 2  
State the condition when a system of forces is called equipollent to zero.
- (d)  $lx + my + nz = 1$  সমতলৰ বিস্তৃত বিন্দু নিৰ্ণয় কৰা। 6  
Find the null point of the plane  $lx + my + nz = 1$ .

অথবা / Or

এটা বল প্ৰণালীক এটা বললৈ সংযোজিত কৰিব পৰা চৰ্ত নিৰ্ণয় কৰা।

Derive the condition that a given system of forces can be compounded into a single force.

5. (a) আভাসী বিস্থাপনৰ সংজ্ঞা লিখা। 1  
Define virtual displacement.
- (b) এটা বজ্জুকাৰ যি কোনো বিন্দুত ব্যাসাৰ্ধ বক্রতা লিখা। 1  
Write the radius of curvature at any point of a catenary.
- (c) আভাসী বলৰ সমীকৰণ লিখোতে উপেক্ষা কৰিব পৰা দুটা 2  
বল উল্লেখ কৰা।  
State two forces which can be omitted while writing the equation of virtual work.
- (d) দৃঢ় বস্তুত ক্ৰিয়া কৰা এক সমতলীয় বল প্ৰণালীৰ আভাসী 6  
বলৰ প্ৰয়োজনীয় চৰ্ত উল্লেখ কৰি প্ৰমাণ কৰা।  
State and prove the necessary condition of principle of virtual work for a system of coplanar forces acting on a rigid body.

অথবা / Or

এক বজ্জুকাৰ যি কোনো বিন্দু  $P$  ত যদি চাপ  $T$  হয় আৰু ন্যূনতম বিন্দু  $C$  ত যদি  $T_0$  হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে  $T^2 - T_0^2 = W^2$ , য'ত  $W$  হ'ল বজ্জুকাৰ বক্রচাপ  $CP$ ৰ ওজন।

If  $T$  is the tension at any point  $P$  of a catenary and  $T_0$  that at the lowest point  $C$ , prove that  $T^2 - T_0^2 = W^2$ , where  $W$  is the weight of the arc  $CP$  of the catenary.

## (b) Dynamics

6. (a) কণাৰ ত্বৰণৰ অভিলম্ব উপাংশ লিখা। 1  
Write the component of normal acceleration of a particle.
- (b) সবলবৈধিক গতিৰ কম্পনাংক আৰু মাপাংকৰ সংজ্ঞা লিখা। 2  
Define frequency and amplitude of a simple harmonic motion.
- (c) সমতলীয় বক্রত গতি কৰা কণাৰ ত্বৰণৰ ব্যাসাৰ্ধ দিশৰ উপাংশ নিৰ্ণয় কৰা। 5  
Find the radial component of acceleration of a moving particle in a plane curve.
- অথবা / Or
- ধ্রুবক দ্রুতিত গতি কৰা এটা কণাই সমতলীয় বক্র নির্দেশ কৰে, যাৰ ত্বৰণৰ মান ধ্রুবক। গতিপথ নিৰ্ণয় কৰা।  
A particle describes a plane curve with a constant speed and its acceleration is constant in magnitude. Find the path.
7. (a) পুচ্ছ দূৰত্বৰ সংজ্ঞা লিখা। 2  
Define apsidal distance.
- (b) ধ্রুবৰ দিশত ক্রিয়া কৰা এক বলৰ প্ৰভাৱত এটা কণাই এক উপবৃত্ত নির্দেশ কৰে। বলৰ সূত্র নির্ধাৰণ কৰা। 5  
A particle is describing an ellipse under a force to a pole. Find the law of force.

অথবা / Or

ধ্রুবক মাধ্যাকর্ষণৰ অধীনত এক প্রতিবোধী মাধ্যমত এটা কণা ওপৰলৈ প্রক্ষেপ কৰা হ'ল, য'ত প্রতিবোধ, কণাৰ বেগৰ বৰ্গৰ সমানুপাতিক। গতিৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা।

A particle is projected upwards under gravity being constant in a resisting medium, whose resistance varies as the square of the velocity. Discuss the motion.

8. (a) জড়তা ভ্রামকৰ সমান্তৰাল অক্ষৰ উপপাদ্য লিখি প্রমাণ কৰা।

5

State and prove the theorem of parallel axes of moment of inertia.

- (b)  $M$  ভৰ-বিশিষ্ট এখন পাতল ধাতুৰ পাতৰ দৈৰ্ঘ্য  $2a$  সমান্তৰাল সাপেক্ষে জড়তা ভ্রামক নির্ণয় কৰা, যাৰ অক্ষৰ দিশত দৈৰ্ঘ্য  $2a$  আৰু  $2b$ , যি কেন্দ্ৰৰ মাজেৰে পাৰহৈ যায়।

5

Find the moment of inertia of a uniform lamina of mass  $M$  and sides  $2a$  and  $2b$  about an axis through its centre and parallel to the side  $2a$ .

\*\*\*