

2018

(November)

MATHEMATICS

(General)

Course : 501

[(A) Analysis—II, (B) Mechanics]

Full Marks : 80

Pass Marks : 32/24

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

(A) Analysis—II (Complex Analysis)

(Marks : 35)

1. (a) দেখুওৱা যে $u(x, y) = \cos x \cosh y$ এটা প্রসংবাদী ফলন। 2

Show that $u(x, y) = \cos x \cosh y$ is a harmonic function.

- (b) এটা ফলন বৈশ্লেষিক হোৱাৰ প্ৰয়োজনীয় চৰ্ত উল্লেখ কৰি প্ৰমাণ কৰা। 4

State and prove the necessary condition for a function to be analytic.

অথবা / Or

দেখুওরা যে

$$f(x) = \cosh x \cos y + i \sinh x \sin y$$

এটা বৈশ্লেষিক ফলন হোবার কচি-বাইমান চর্তসমূহ সিদ্ধ কবে।

Show that

$$f(x) = \cosh x \cos y + i \sinh x \sin y$$

satisfies Cauchy-Riemann conditions for an analytic function.

- (c) যদি $u = e^x(x \cos y - y \sin y)$, তেন্তে বৈশ্লেষিক ফলন $u + iv$ নির্ধাৰণ কৰা।

4

If $u = e^x(x \cos y - y \sin y)$, then find the analytic function $u + iv$.

অথবা / Or

যদি $f(z)$, z ৰ এটা বৈশ্লেষিক ফলন হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) |R f(z)|^2 = 2 |f'(z)|^2$$

If $f(z)$ is an analytic function of z , then show that

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) |R f(z)|^2 = 2 |f'(z)|^2$$

2. (a) সংজ্ঞা দিয়া (i) জৰ্দ্দান চাপ আৰু (ii) পৰিবেশা। 1+1=2
Define (i) Jordan arc and (ii) contour.
- (b) মান নিৰ্ণয় কৰা : 2
Evaluate :
$$\int_0^{1+i} z^2 dz$$
- (c) চাপকলনীয় বক্ৰ বৰ্ণনা কৰা। 2
Describe rectifiable arc.
- (d) কচিৰ উপপাদ্য উল্লেখ কৰি প্ৰমাণ কৰা। 6
State and prove Cauchy's theorem.

অথবা / Or

যি কোনো বিন্দুত এটা বৈশ্লেষিক ফলনৰ অৱকলজ নিৰ্ণয় কৰা।

Find the derivative of an analytic function at any point.

3. (a) মেৰুৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1
Define pole.
- (b) অনন্যতাৰ প্ৰকাৰ নিৰ্ণয় কৰা (যি কোনো এটা) : 3
Determine the kind of singularity of (any one) :
(i) $\tan \frac{1}{z}$, at $z = 0$
(ii) $\frac{1 - e^z}{1 + e^z}$, at $z \rightarrow \infty$

(c) z ব সূচকত, $f(z) = \frac{1}{z(1+z^2)}$ ফলনৰ লবেনছ শ্ৰেণীৰ

বিস্তাৰ নিৰ্ণয় কৰা।

4

Find the Laurent's series expansion for the function $f(z) = \frac{1}{z(1+z^2)}$ in powers

of z .

(d) মান নিৰ্ণয় কৰা (যি কোনো এটা) :

5

Evaluate (any one) :

(i) $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{a+b\cos\theta}, \quad a > b > 0$

(ii) $\int_0^{\pi} \frac{\cos 2\theta \, d\theta}{1-2a\cos\theta+a^2}, \quad -1 < a < 1$

(B) Mechanics

(Marks : 45)

(a) Statics

4. (a) এটা দৃঢ় পিণ্ডৰ বিভিন্ন বিন্দুত ক্ৰিয়া কৰা এটা বল
প্রণালীক কিহলৈ লঘুকৃত কৰিব পাৰি, লিখা।

1

Write to which a system of forces acting at different points of a rigid body can be reduced.

(b) অক্ষনতিৰ সংজ্ঞা দিয়া।

2

Define pitch.

- (c) এটা দৃঢ় পিণ্ড সাম্যাৱস্থাত থকাৰ প্ৰয়োজনীয় আৰু পৰ্যাপ্ত চৰ্তসমূহ নিৰ্ধাৰণ কৰা। 7

Find the necessary and sufficient conditions for equilibrium of a rigid body.

অথবা / Or

এটা দৃঢ় পিণ্ডত ক্ৰিয়া কৰা এটা বল প্ৰণালীৰ কেন্দ্ৰীয় অক্ষৰ সমীকৰণ নিৰ্ধাৰণ কৰা।

Find the equation of the central axis of a system of forces acting on a rigid body.

5. (a) আভাসী কাৰ্যৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1
Define virtual work.

- (b) সাধাৰণ বজ্জুকাত y আৰু ψ ৰ মাজৰ সম্বন্ধ স্থাপন কৰা। 2
Establish the relation between y and ψ in a common catenary.

- (c) সাধাৰণ বজ্জুকাৰ অন্তৰ্নিহিত সমীকৰণ প্ৰতিষ্ঠা কৰা। 7
Deduce the intrinsic equation of common catenary.

অথবা / Or

লঘু দণ্ডত চাপ বা উৰ্ধ্ৱচাপৰ বাবে হোৱা কাৰ্য নিৰ্ধাৰণ কৰা।

Find the work done by tension or thrust of a light rod.

(b) Dynamics

6. (a) সৰল আৱৰ্ত গতিৰ কম্পনাংকৰ সংজ্ঞা দিয়া।
Define frequency of a simple harmonic motion.
- (b) সৰল আৱৰ্ত গতিৰ জ্যামিতিক ব্যাখ্যা লিখা।
Write the geometrical representation of simple harmonic motion.
- (c) কোনো বক্রত গতিশীল কণাৰ ব্যাসাৰ্ধ সদিশ আৰু ইয়াৰ লম্ব দিশত বেগৰ উপাংশসমূহ নিৰ্ণয় কৰা।
Find the components of velocity along and perpendicular to the radius vector of a particle moving in a plane curve.

অথবা / Or

ধ্ৰুৱক দ্ৰুতিত গতি কৰা এটা কণাই এক সমতলীয় বক্র উৎপন্ন কৰে আৰু ইয়াৰ ত্বৰণ পৰমপৰ্যন্ত ধ্ৰুৱক। কণাৰ গতিপথ নিৰ্ণয় কৰা।

A particle describes a plane curve with a constant speed and its acceleration is constant in magnitude. Find the path of the particle.

7. (a) কেন্দ্ৰীয় কক্ষত কোনো বিন্দুত এটা কণাৰ বেগ কোনো এক বাৰ্শিৰ ভেদ হয়। বাৰ্শিটো লিখা।
In a central orbit, the velocity of a particle at any point varies to a quantity. Write that.

- (b) কেন্দ্রীয় কক্ষৰ অৱকলজ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 6

Find the differential equation of central orbit.

অথবা / Or

মেকৰ দিশত F বলৰ অধীনত কোনো কণাই $r^n = a^n \cos n\theta$ বক্ৰ নিৰ্দেশ কৰে। বলৰ সূত্ৰ নিৰ্ধাৰণ কৰা।

A particle describes the curve $r^n = a^n \cos n\theta$ under a force F to the pole. Find the law of force.

8. (a) জড়তা গুণফলৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define product of inertia.

- (b) উপবৃত্তীয় ভ্ৰামক বৰ্ণনা কৰা। 4

Describe momental ellipsoid.

- (c) ভূমি সাপেক্ষে লম্ববৃত্তীয় বেলনৰ জড়তা ভ্ৰামক নিৰ্ণয় কৰা। 5

Find the moment of inertia of a right circular cylinder about its base.

অথবা / Or

M ভৰ-বিশিষ্ট $2a$ দৈৰ্ঘ্যৰ এডাল সুষম দণ্ডৰ ইয়াৰ সোঁমাজেৰে যোৱা লম্ব অক্ষডালৰ সাপেক্ষে জড়তা ভ্ৰামক নিৰ্ণয় কৰা।

Find the moment of inertia of a uniform rod of length $2a$ and mass M about an axis through the middle point and perpendicular to it.
