

2017

(November)

MATHEMATICS

(General)

Course : 501

[(A) Analysis—II, (B) Mechanics]

Full Marks : 80

Pass Marks : 32/24

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

(A) Analysis—II (Complex Analysis)

(Marks : 35)

1. (a) কোনো বিন্দুত চৰ্ত সাপেক্ষে $f(z)$ ফলন বৈশ্লেষিক। সেই বিন্দুত ফলনৰ অৱকলনীয় এটা চৰ্ত। আনচৰ্ত লিখা।

1

A function $f(z)$ is analytic at a point under certain conditions. Differentiability of the function at that point is one of them. Write the other condition(s).

(b) কার্টেসিয়ান ৰূপত ক্ৰি-ৰাইমান চৰ্ত লিখা। 1

Write Cauchy-Riemann condition in Cartesian form.

(c) দেখুওৱা যে
Show that

$$\frac{\partial \omega}{\partial x} = e^{-i\theta} \frac{\partial \omega}{\partial r} \quad 4$$

অথবা /Or

দেখুওৱা যে $e^x(\cos y + i \sin y)$ ফলনটো বৈশ্লেষিক।

Show that the function $e^x(\cos y + i \sin y)$ is analytic.

(d) $u = y^3 - 3x^2y$ ৰ প্ৰসংবাদী সংযুগ্ম নিৰ্ণয় কৰা। 4

Determine the harmonic conjugate of $u = y^3 - 3x^2y$.

অথবা /Or

দেখুওৱা যে ধ্ৰুৱক মাপাংকবিশিষ্ট এটা বৈশ্লেষিক ফলন ধ্ৰুৱক।

Show that an analytic function with constant modulus is constant.

2. (a) বক্ৰৰ বহু বিন্দুৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define a multiple point of an arc.

(b) ক্ৰিৰ উপপাদ্যৰ উক্তি লিখা। 2.

Write the statement of Cauchy's theorem.

(c) বহু-সংযোগী অঞ্চল বর্ণনা কৰা। 3

Describe multiconnected region.

(d) ক্ৰিচৰ অনুকলন সূত্র প্রমাণ কৰা। 6

Prove Cauchy's integral formula.

অথবা / Or

যদি $|z-a| < R$ ও $f(z)$ ফলনটো বৈশ্লেষিক আৰু এক-মান বিশিষ্ট হয়, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে, $0 < r < R$ বাবে $f'(a) = \frac{1}{\pi r} \int_0^{2\pi} P(\theta) e^{-i\theta} d\theta$ আৰু $P(\theta)$ হ'ল

$f(a + re^{i\theta})$ ৰ বাস্তৱ অংশ।

If the function $f(z)$ is analytic and one valued in $|z-a| < R$, then prove that for $0 < r < R$, $f'(a) = \frac{1}{\pi r} \int_0^{2\pi} P(\theta) e^{-i\theta} d\theta$, where $P(\theta)$ is the real part of $f(a + re^{i\theta})$.

3. (a) অবিযুক্ত অনিবাৰ্য অপ্রতিমতাৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define non-isolated essential singularity.

(b) পৰিমেয় ফলনৰ কেতিয়া অপ্রতিমতা থাকে, লিখা। 1

Write when a rational function has singularities.

(c) $\sin \frac{1}{z-a}$ ফলনৰ অনিবাৰ্য অপ্রতিমতা নিৰ্ণয় কৰা। 2

Find the essential singularity of the function $\sin \frac{1}{z-a}$.

(d) তলৰ যি কোনো এটাৰ মান নিৰ্ণয় কৰা : 5

Evaluate any one of the following :

(i) $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1+a^2-2a\cos\theta}, 0 < a < 1$

(ii) $\int_0^\pi \frac{a d\theta}{a^2 + \cos^2 \theta}, a > 0$

(e) $f(z) = \frac{z+3}{z(z^2-z-2)}$ ক z ৰ সূচক হিচাবে বিস্তাৰ

কৰা।

4

Expand $f(z) = \frac{z+3}{z(z^2-z-2)}$ in powers of z .

(B) Mechanics

(Marks : 45)

(a) Statics

4. (a) এটা বল আৰু এটা বলযুগ্মই এটাই আনটোক সম্বলিত কৰে। সঁচা নে মিছা, লিখা।

1

A force and a couple can balance each other. State true or false.

(b) কেন্দ্ৰীয় অক্ষৰ সংজ্ঞা দিয়া।

1

Define central axis.

(c) এটা বল প্ৰণালীৰ ভূমি বিন্দুৰ সংজ্ঞা দিয়া।

2

Define base point of a system of forces.

- (d) দুটা বেঞ্চৰ লক্ৰ বেঞ্চ নিৰ্ণয় কৰা। 6
Find the resultant wrench of two wrenches.

অথবা /Or

এটা দৃঢ় বস্তুৰ প্ৰদত্ত বিন্দুত ক্ৰিয়া কৰা বলপ্ৰণালীৰ লক্ৰ নিৰ্ণয় কৰা।

Find the resultant of any given system of forces acting at given points of a rigid body.

5. (a) আভাসী বিস্থাপনৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1
Define virtual displacement.
- (b) সাধাৰণ বজ্জুকাত x আৰু s ৰ মাজৰ সম্বন্ধ স্থাপন কৰা। 3
Establish the relation between x and s in a common catenary.
- (c) চাপ বা হেচাই পাতল দণ্ডত কৰা কাৰ্য নিৰ্ণয় কৰা। 6
Find the work done by tension or thrust of a light rod.

অথবা /Or

এটা দৃঢ় বস্তুৰ বিভিন্ন বিন্দুত ক্ৰিয়া কৰা সমতলীয় বল-প্ৰণালীৰ আভাসী কাৰ্যৰ নীতি উল্লেখ কৰি প্ৰমাণ কৰা।

State and prove the principle of virtual work for a system of coplanar forces acting at different points of a rigid body.

(b) Dynamics

6. (a) সবল পর্যাবৃত্ত গতিৰ চক্ৰ লিখা। 1

Write the period of a simple harmonic motion.

- (b) ঋণাত্মক ত্বৰণক কি কোৱা হয়, লিখা। 1

Write what is called about negative acceleration.

- (c) সমতলীয় বক্রত গতি কৰা কণাৰ ব্যাসাৰ্ধীয় আৰু তিৰ্যক উপাংশ নিৰ্ণয় কৰা। 6

Find the radial and transverse components of velocity of a particle moving in a plane curve.

অথবা /Or

যদি এটা কণা বৃত্তত গতি কৰে, তেন্তে দেখুওৱা যে বৃত্তৰ কোনো বিন্দু সাপেক্ষে ইয়াৰ কৌণিক বেগ, বৃত্তৰ কেন্দ্ৰৰ সাপেক্ষে আধা।

If a point moves along a circle, then prove that its angular velocity about any point on the circle is half of that about the centre.

7. (a) পুচ্ছৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define apse.

- (b) কোনো সমতলত গতি কৰা এটা কণাৰ ত্বৰণ সদায় এটা স্থিৰ বিন্দুৰ দিশত থাকে। গতিৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা। 6

A particle moves in a plane with an acceleration which is always directed to a fixed point. Discuss the motion.

অথবা /Or

মাধ্যাকৰ্ষণৰ অধীনত তললৈ সৰি পৰা এটা কণাৰ বাধা ইয়াৰ বেগৰ সামানুপাতিক। যি কোনো সময়ত ইয়াৰ দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা।

A particle is falling under gravity in a medium whose resistance varies as the velocity. Find its distance at any time.

8. (a) জড়তা ভ্ৰামকৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define moment of inertia.

- (b) জড়তা উপবৃত্ত বৰ্ণনা কৰা। 3

Describe momental ellipse.

- (c) ভ্ৰামকৰ সমান্তৰাল অক্ষৰ উপপাদ্য লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা। 6

State and prove the theorem of parallel axes of moment.

(8)

অথবা /Or

এখন সামান্তরিক খালৰ কেন্দ্ৰবিন্দুৰ সাপেক্ষে আৰু এডাল
দাঁতিৰ সমান্তৰাল হিচাবে জড়তা ভ্ৰামক নিৰ্ণয় কৰা।

Find the moment of inertia of
a rectangular lamina about a line
through its centre and parallel to one
of its edges.
