

2014

(November)

MATHEMATICS

(General)

Course : 501

[(A) Analysis—II, (B) Mechanics]

Full Marks : 80

Pass Marks : 32

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

(A) Analysis—II (Complex Analysis)

(Marks : 35)

1. (a) এটা ফলন $f(z)$ বৈশ্লেষিক হোৱাৰ প্ৰয়োজনীয় চৰ্ত লিখা। 1
Write the necessary conditions for a function $f(z)$ to be analytic.
- (b) দেখুওৱা যে $f(z) = xy + iy$ ফলনটো বৈশ্লেষিক নহয়। 3
Show that the function $f(z) = xy + iy$ is not analytic.

2014

(November)

MATHEMATICS

(General)

Course : 501

[(A) Analysis—II, (B) Mechanics]

Full Marks : 80

Pass Marks : 32

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

(A) Analysis—II (Complex Analysis)

(Marks : 35)

1. (a) এটা ফলন $f(z)$ বৈশ্লেষিক হোবার প্রয়োজনীয় চর্ত লিখা। 1
Write the necessary conditions for a function $f(z)$ to be analytic.
- (b) দেখুওরা যে $f(z) = xy + iy$ ফলনটো বৈশ্লেষিক নহয়। 3
Show that the function $f(z) = xy + iy$ is not analytic.

- (c) এটা বৈশ্লেষিক ফলনৰ ক'চি-ৰীমান সমীকৰণৰ ধ্ৰুৱীয় আকাৰ আহৰণ কৰা।

6

Derive the polar form of Cauchy-Riemann equations of an analytic function.

অথবা / Or

যদি $u = e^{-x}(x \sin y - y \cos y)$, তেন্তে v নিৰ্ণয় কৰা, যাতে $f(z) = u + iv$ বৈশ্লেষিক ফলন হয়।

If $u = e^{-x}(x \sin y - y \cos y)$, then find v such that $f(z) = u + iv$ is analytic.

2. (a) জৰ্ডান বক্ৰৰ সংজ্ঞা দিয়া।

2

Define Jordan curve.

- (b) $z=0$ ৰ পৰা $z=4+2i$ লৈ $z=t^2+it$ বক্ৰইদি $\int_C \bar{z} dz$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

4

Evaluate $\int_C \bar{z} dz$ from $z=0$ to $z=4+2i$ along the curve $z=t^2+it$.

- (c) ক'চিৰ উপপাদ্য উল্লেখ কৰি প্রমাণ কৰা।

6

State and prove Cauchy's theorem.

অথবা / Or

সাধাৰণভাৱে সংযুক্ত অঞ্চল R ৰ ভিতৰত আৰু সীমাত C যদি এটা ফলন $f(z)$ বৈশ্লেষিক হয়, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে

$$f^n(a) = \frac{n!}{2\pi i} \int_C \frac{f(z)}{(z-a)^{n+1}} dz$$

If $f(z)$ is analytic inside and on the boundary C of a simply-connected region R , then prove that

$$f^n(a) = \frac{n!}{2\pi i} \oint_C \frac{f(z)}{(z-a)^{n+1}} dz$$

3. (a) টেইলৰৰ উপপাদ্য উল্লেখ কৰা। 1
State Taylor's theorem.

(b) এটা বৈশ্লেষিক ফলনৰ মেৰুৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1
Define pole of an analytic function.

(c) এটা বৈশ্লেষিক ফলনৰ অৱশেষৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1
Define residue of an analytic function.

(d) $z = ia$ বিন্দুত $\frac{1}{(z^2 + a^2)^2}$ ৰ অৱশেষ নিৰ্ণয় কৰা। 2

Find the residue of $\frac{1}{(z^2 + a^2)^2}$ at the point $z = ia$.

(e) এটা একক বৃত্তত $f(z) = \frac{1}{bz^2 + 2az + b}$ ফলনৰ মেৰু নিৰ্ণয় কৰা। 2

Find the poles of the function

$$f(z) = \frac{1}{bz^2 + 2az + b}$$

in a unit circle.

(f) $|z| < 1$ ৰ বাবে $f(z) = \frac{1}{(z+1)(z+3)}$ ফলন লৰেণ্টৰ
শ্ৰেণীত বিস্তাৰ কৰা।

6

Expand $f(z) = \frac{1}{(z+1)(z+3)}$ in a Laurent's
series for $|z| < 1$.

অথবা / Or

পৰিবেশা অনুকলন ব্যৱহাৰ কৰি $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1+a^2-2a\cos\theta}$,
 $0 < a < 1$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

Evaluate $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1+a^2-2a\cos\theta}$, $0 < a < 1$
using contour integration.

(B) Mechanics

(Marks : 45)

(a) Statics

4. (a) সমতলীয় বল প্ৰণালীৰ কেন্দ্ৰীয় অক্ষৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1
Define the central axis of a system of
coplanar forces.

(b) পিট্চৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1
Define pitch.

- (c) R_1 আৰু R_2 দুটা বলৰ মাজৰ কোণ θ হ'লে; সিহঁতৰ লব্ধ বেঞ্চৰ মান লিখা। 2

Write the resultant of wrench of two given forces R_1 and R_2 inclined at an angle θ .

- (d) এটা দৃঢ় বস্তুত ক্ৰিয়া কৰা এক বল প্ৰণালীৰ কেন্দ্ৰীয় অক্ষৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 6

Find the equation of the central axis of a system of forces acting on a rigid body.

অথবা /Or

প্ৰমাণ কৰা যে এটা দৃঢ় বস্তুত ক্ৰিয়া কৰা এটা বল প্ৰণালীক এটা লব্ধ বল আৰু এটা বলযুগ্মলৈ পৰিৱৰ্তিত কৰিব পাৰি, যাৰ অক্ষ লব্ধ বলৰ ক্ৰিয়াবেখাৰ সৈতে একে।

Prove that any system of forces acting on a rigid body can be reduced to a single force together with a couple whose axis is along the direction of the single force.

5. (a) আভাসী কাৰ্য্যৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define virtual work.

- (b) বজ্জুকোৰ অক্ষৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define axis of catenary.

- (c) এটা সাধাৰণ বজ্জুকাত y আৰু s ৰ মাজৰ সম্বন্ধ নিৰ্ণয় কৰা। 3

Find the relation between y and s in a common catenary.

- (d) এটা সাধাৰণ বজ্জুকাৰ অন্তৰ্নিহিত সমীকৰণ নিৰ্গমন কৰা। 5

Derive intrinsic equation of a common catenary.

অথবা / Or

এডাল পাতল দণ্ডৰ টানে কৰা কাৰ্য্য নিৰ্ণয় কৰা।

Find the work done by tension of a light rod.

(b) Dynamics

6. (a) সবল পৰ্য্যাবৃত্ত গতিৰ কম্পনাংকৰ সংজ্ঞা দিয়া। 2

Define frequency of a simple harmonic motion.

- (b) সমতলীয় বক্রত গতি কৰা কোনো কণাৰ (r, θ) বিন্দুত অৰীয় বেগ আৰু তিৰ্য্যক বেগ নিৰ্ণয় কৰা। 6

Find the radial velocity and transverse velocity of a particle moving in a plane curve at any point (r, θ) .

অথবা /Or

এক সমতলীয় বক্রত এটা কণা এনেভাৰে গতি কৰে যে ইয়াৰ স্পৰ্শীয় আৰু অভিলম্বীয় ত্বৰণ সমান। স্পৰ্শকৰ কৌণিক বেগ ধ্ৰুৱক। বক্রটো নিৰ্ণয় কৰা।

A point moves in a plane curve, so that its tangential and normal accelerations are equal. The angular velocity of the tangent is constant. Find the curve.

7. (a) কেন্দ্ৰীয় বলৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1
Define central force.

- (b) যদি এটা কণাৰ পথটো $r = a(1 + \cos\theta)$ হয়, তেন্তে মেৰুতলৈ বলৰ বিধি নিৰ্ণয় কৰা। 6

Find the law of force to the pole if the path of the particle is $r = a(1 + \cos\theta)$.

অথবা /Or

এটা কণা স্থিৰ অবস্থাৰ পৰা মাধ্যাকৰ্ষণৰ বাবে তললৈ সৰি পৰে, য'ত প্রতিবোধ বেগৰ সমানুপাতিক। x আৰু t ৰ মাজৰ সম্বন্ধ নিৰ্ণয় কৰা।

A particle falls under gravity from rest in a medium whose resistance varies as the velocity. Find a relation between x and t .

8. (a) কোনো ৰেখা সাপেক্ষে কোনো বস্তুৰ জড়তা ঘূৰ্ণকৰ সংজ্ঞা দিয়া। 2

Define moment of inertia of a body about a line.

- (b) Oy আৰু Oz অক্ষ সাপেক্ষে m ভৰৰ কোনো বস্তুৰ ঘূৰ্ণক গুণফল লিখা।

1

Write the product of inertia of a body of mass m with respect to Oy and Oz axes.

- (c) আয়তাকাৰ ঠাল এখনৰ x -অক্ষ সাপেক্ষে জড়তা ঘূৰ্ণক নিৰ্ণয় কৰা, যি ঠালখনৰ কেন্দ্ৰইদি পাৰ হৈ যায়। x -অক্ষ আয়তটোৰ এডাল বাহুৰ সমান্তৰাল।

7

Find the moment of inertia of a rectangular lamina about x -axis, which passes through the centre of the lamina; x -axis being parallel to one of its edges.
