

2 0 1 8

(November)

MATHEMATICS

(General)

Course : 301

[**Group—A : Coordinate Geometry and
Group—B : Analysis—I (Real Analysis)]**

Full Marks : 80

Pass Marks : 32/24

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

GROUP—A

(**Coordinate Geometry**)

SECTION—I

(**2-Dimension**)

1. (a) $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ এ নির্দেশ করা দুজাল পৃথক
সবলবেখা পাবহৈ যোরা বিন্দুটো লিখা, য'ত
 $h^2 - ab > 0$.

1

Write the point through which a pair of two distinct straight lines represented by $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ passes when $h^2 - ab > 0$.

(b) তলৰ উক্তিৰ বাবে শুদ্ধ উত্তৰ বাচি উলিওৱা :

$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c$ ৰ সাৰণিক এক অচৰ হ'ব

1

Choose the correct answer for the following :

Determinant of

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c$$

is invariant under

- (i) একমাত্র বৈখিক পৰিবৰ্তনত
translation only
- (ii) একমাত্র ঘূৰ্ণনত
rotation only
- (iii) বৈখিক পৰিবৰ্তন আৰু ঘূৰ্ণনত
translation and rotation
- (iv) ওপৰৰ এটাও নহয়
None of the above

(c) $x^2 - y^2 = a^2$ সমীকৰণক পৰিবৰ্তন কৰা যদিহে অক্ষকেইডাল 45° ঘূৰোৱা হয়।

3

Transform the equation $x^2 - y^2 = a^2$, if the axes are rotated through an angle 45° .

2. (a) একেৰেৰীয় এযোৰ ৰেখাৰ কোটি লিখা। 1

Write the rank of a pair of coincident lines.

- (b) $x^2 - 3xy - 4y^2 = 0$ এ নিৰ্দেশ কৰা ৰেখা দুডালৰ মাজৰ কোণটো নিৰ্ণয় কৰা। 2

Find the angle between the pair of lines represented by $x^2 - 3xy - 4y^2 = 0$.

- (c) $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ সমীকৰণে নিৰ্দেশ কৰা ৰেখা দুডালৰ মাজৰ কোণৰ সমদ্বিখণ্ডকৰ সমীকৰণ লিখা। 1

Write the equation of the bisectors of the angles between the lines represented by $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$.

- (d) দেখুওৱা যে

$$8x^2 + 10xy + 3y^2 + 26x + 16y + 21 = 0$$

- সমীকৰণে এযোৰ সবলৰেখা নিৰ্দেশ কৰে। 3

Show that the equation

$$8x^2 + 10xy + 3y^2 + 26x + 16y + 21 = 0$$

represents a pair of straight lines.

- (e) দেখুওৱা যে $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ আৰু $lx + my + n = 0$ ৰেখাকেইডালে উৎপন্ন কৰা ত্ৰিভুজৰ কালি হ'ব

$$\frac{n^2 \sqrt{h^2 - ab}}{am^2 - 2hlm + bl^2}$$

5

Show that the area of the triangle formed by the lines $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ and $lx + my + n = 0$ is

$$\frac{n^2 \sqrt{h^2 - ab}}{am^2 - 2hlm + bl^2}$$

অথবা / Or

দেখুওৱা যে মূল বিন্দুৰ মাজেৰে পাবহৈ যোৱা আৰু $5x^2 - 7xy - 3y^2 = 0$ ৰ লম্ব ৰেখাৰ সমীকৰণ হ'ল $3x^2 - 7xy - 5y^2 = 0$.

5

Show that the equation of the lines passing through the origin and perpendicular to

$$5x^2 - 7xy - 3y^2 = 0$$

is $3x^2 - 7xy - 5y^2 = 0$.

3. (a) x আৰু y ৰ এটা সাধাৰণ দ্বিঘাত সমীকৰণে কেতিয়া উপবৃত্ত নিৰ্দেশ কৰিব লিখা।

1

Write the condition when a general second-degree equation in x and y represents an ellipse.

- (b) (x_1, y_1) বিন্দুত $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তৰ স্পৰ্শকৰ সমীকৰণ লিখা।

1

Write the equation of the tangent to the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ at (x_1, y_1) .

- (c) $3x^2 + 3y^2 - 2xy - 2x + 6y + 2 = 0$ শঙ্কুৰ কেন্দ্ৰ
নিৰ্ধাৰণ কৰা। 3

Determine the centre of the conic
 $3x^2 + 3y^2 - 2xy - 2x + 6y + 2 = 0$.

অথবা /Or

$x^2 + y^2 - 2x + 5 = 0$ বৃত্তৰ সাপেক্ষে

$x + 2y + 3 = 0$ ৰেখাৰ ধ্ৰুৱ নিৰ্ণয় কৰা। 3

Find the pole of the line $x + 2y + 3 = 0$
with respect to the circle
 $x^2 + y^2 - 2x + 5 = 0$.

- (d) $11x^2 - 4xy + 14y^2 - 58x - 44y + 71 = 0$
সমীকৰণক লঘুকৃত কৰি বিহিত ৰূপত প্ৰকাশ কৰা। 5

Reduce the equation

$11x^2 - 4xy + 14y^2 - 58x - 44y + 71 = 0$

to canonical form.

অথবা /Or

(1, 1) বিন্দুত,

$2x^2 + 5xy + 3y^2 + 4x - 10y - 4 = 0$

বৃত্তৰ স্পৰ্শক আৰু অভিলম্বৰ সমীকৰণবোৰ নিৰ্ধাৰণ কৰা। 5

Find the equations of the tangents and
normal to the curve

$2x^2 + 5xy + 3y^2 + 4x - 10y - 4 = 0$

at (1, 1).

SECTION—II

(3-Dimension)

4. (a) মূল বিন্দুৰ মাজেৰে পাৰহৈ যোৱা এটা সমতলৰ সাধাৰণ সমীকৰণ লিখা। 1
- Write the general equation of a plane which passes through the origin.
- (b) অক্ষত 1, -2, -3 ছেদাংশ কৰা সমতলৰ সমীকৰণ লিখা। 1
- Write the equation of the plane which makes intercepts 1, -2, -3 on the axes.
- (c) $2x - y + 3z + 7 = 0$ আৰু $x - 2y - 3z + 8 = 0$ সমতল দুখনৰ মাজৰ কোণ নিৰ্ণয় কৰা। 2
- Find the angle between the planes $2x - y + 3z + 7 = 0$ and $x - 2y - 3z + 8 = 0$.
- (d) দেখুওৱা যে $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ আৰু $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{5}$ তলদুখন সমতলীয়। 2
- Show that $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ and $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{5}$ are coplanar.
- (e) $x + 2y - 5z + 9 = 0 = 3x - y + 2z - 5$ আৰু $2x + 3y - z - 3 = 0 = 4x - 5y + z + 3$ ৰেখা-দুডালৰ মাজৰ ছেদবিন্দুৰ স্থানাংক নিৰ্ধাৰণ কৰা। 4

Find the point of intersection of the lines
 $x + 2y - 5z + 9 = 0 = 3x - y + 2z - 5$ and
 $2x + 3y - z - 3 = 0 = 4x - 5y + z + 3$.

অথবা /Or

(3, 5, 1), (2, 3, 0), (0, 6, 0) বিন্দুৰ মাজেৰে
 পাৰহৈ যোৱা সমতলৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

4

Find the equation of the plane passing
 through (3, 5, 1), (2, 3, 0), (0, 6, 0).

5. (a) $\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}$ আৰু

$$\frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$$

বেখাদুডালৰ মাজৰ সৰ্বনিম্ন দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা।

4

Find the shortest distance between the
 lines $\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}$ and

$$\frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$$

(b) $z = 5x - 6 = 4y + 3$ আৰু $z = 2x - 4 = 3y + 5$
 বেখাদুডাল ছেদ কৰা বেখাদুডালৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

4

Find the equation to the line which
 intersects the lines $z = 5x - 6 = 4y + 3$ and
 $z = 2x - 4 = 3y + 5$.

অথবা / Or

k ব মান নির্ণয় করা যাতে রেখাদ্বয়
 $\frac{x-1}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2}$ আৰু

$$\frac{x-2}{-1} = \frac{y-8}{k} = \frac{z-11}{4}$$

ছেদ করে।

4

Determine the value of k , so that the lines
 $\frac{x-1}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2}$ and
 $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-8}{k} = \frac{z-11}{4}$ may intersect.

GROUP—B

(Analysis—I)

6. (a) যদি $y = \cos 3x$ হয়, তেন্তে y_n নির্ণয় করা। 1
 If $y = \cos 3x$, then find y_n .
- (b) $y = \sin 3x$ বক্রের উপঅভিলম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করা। 1
 Find the length of the subnormal to the curve $y = \sin 3x$.
- (c) $x = at^2$, $y = 2at$ বক্রের যি কোনো বিন্দুতে বক্রতা ব্যাসার্ধ নির্ণয় করা। 2
 Find the radius of curvature at any point of the curve $x = at^2$, $y = 2at$.
- (d) যদি $y = (x + \sqrt{1+x^2})^m$, তেন্তে দেখুওৱা যে 3
 $(1+x^2)y_2 + xy_1 - m^2y = 0$.

If $y = (x + \sqrt{1 + x^2})^m$, then show that
 $(1 + x^2)y_2 + xy_1 - m^2y = 0$.

অথবা / Or

যদি $y = \tan^{-1} x$, তেন্তে দেখুওৱা যে
 $(1 + x^2)y_{n+1} + 2nxy_n + n(n-1)y_{n-1} = 0$. 3

If $y = \tan^{-1} x$, then show that
 $(1 + x^2)y_{n+1} + 2nxy_n + n(n-1)y_{n-1} = 0$.

(e) যি কোনো এটাৰ মান নিৰ্ণয় কৰা : 3

Evaluate any one :

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\tan 5x}{\tan x}$

7. (a) $[0, \pi]$ অন্তৰালত ফলন $\sin 2x$ ত বলচ্ উপপাদ্যৰ
 প্ৰয়োগ পৰীক্ষা কৰা। 2

Examine the applicability of Rolle's
 theorem to the function $\sin 2x$ in $[0, \pi]$.

(b) যদি $f(x)$, অন্তৰাল $[a, b]$ ত অনবিচ্ছিন্ন হয় আৰু
 (a, b) ত $f'(x) \geq 0$ হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে $f(x)$,
 (a, b) ত বৰ্ধমান হ'ব। 3

If $f(x)$ is continuous in $[a, b]$ and $f'(x) \geq 0$
 in (a, b) , then show that $f(x)$ monotone
 increasing in (a, b) .

(c) লাগ্ৰাঞ্জৰ মধ্যমান উপপাদ্য উল্লেখ কৰি প্ৰমাণ কৰা। 5

State and prove Lagrange's mean value theorem.

অথবা /Or

টেইলৰ উপপাদ্য উল্লেখ কৰি প্ৰমাণ কৰা। 5

State and prove Taylor's theorem.

8. (a) যদি $f = \sin^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)$ হয়, তেন্তে $\frac{\partial f}{\partial x}$ নিৰ্ণয় কৰা। 1

If $f = \sin^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)$, then find $\frac{\partial f}{\partial x}$.

(b) যদি $f(x, y) = 0$ হয়, তেন্তে $\frac{dy}{dx}$ ৰ মান লিখা। 1

If $f(x, y) = 0$, then write the value of $\frac{dy}{dx}$.

(c) যদি $u = \frac{y}{z} + \frac{z}{x} + \frac{x}{y}$ হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

3

If $u = \frac{y}{z} + \frac{z}{x} + \frac{x}{y}$, then prove that

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

9. (a) মান নির্ণয় কৰা : 1

Evaluate :

$$\int_0^{\pi} \sin^3 x \, dx$$

(b) $\int_0^{2a} f(x) \, dx = 2 \int_0^a f(x) \, dx$ হোৱাৰ চৰ্ত লিখা। 1

Write the condition when

$$\int_0^{2a} f(x) \, dx = 2 \int_0^a f(x) \, dx.$$

(c) তলৰ যি কোনো এটাৰ লঘুকৰণৰ সূত্র নির্ণয় কৰা : 4

Obtain reduction formula for any one of the following :

(i) $\int_0^{\pi} \cos^n x \, dx$

(ii) $\int_0^{\pi} \tan^n x \, dx$

(d) যি কোনো এটাৰ মান নির্ণয় কৰা : 4

Evaluate any one :

(i) $\int_0^{\pi} \frac{\sin x - \cos x}{1 + \sin x \cos x} \, dx$

(ii) $\int_0^{\pi} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} \, dx$
