

2 0 1 7

(November)

MATHEMATICS

(General)

Course : 301

[**Group—A : Coordinate Geometry and
Group—B : Analysis—I (Real Analysis)]**

Full Marks : 80

Pass Marks : 32/24

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

GROUP—A

(Coordinate Geometry)

SECTION—I

(2-Dimension)

1. (a) যেতিয়া মূলবিন্দু (a, b) বিন্দুলৈ পৰিৱৰ্তন কৰা হয়,
তেতিয়া $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 4$ সমীকৰণৰ পৰিৱৰ্তিত সমীকৰণ

লিখা।

2

Find the transformed equation of $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 4$, when the origin is shifted to (a, b) .

- (b) সমকোণীয় পৰিবৰ্তনৰ অধীনত, এটা সমীকৰণৰ ডিগ্ৰীৰ কি পৰিবৰ্তন হ'ব, লিখা। 1

Write what will happen to the degree of an equation under orthogonal transformation.

- (c) যেতিয়া অক্ষ কেইডাল $\frac{\pi}{4}$ কোণ ঘূৰাই দিয়া হয়, তেতিয়া $y = x$ ৰেখাডালৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 2

Find the equation of the line $y = x$, when the axes are rotated through an angle $\frac{\pi}{4}$.

2. (a) $4x^2 - 24xy + 11y^2 = 0$ য়ে নিৰ্দেশ কৰা ৰেখা দুডালৰ মাজৰ কোণটো, নিৰ্ণয় কৰা। 1

Find the angle between the pair of lines $4x^2 - 24xy + 11y^2 = 0$.

- (b) $(x + 2y + 3)^2 = 0$ সমীকৰণে কিধৰণৰ ৰেখা নিৰ্দেশ কৰে, লিখা। 1

Write what type of lines does the equation

$$(x + 2y + 3)^2 = 0$$

represent.

- (c) $7x^2 - 2xy - y^2 = 0$ ব বোখা দুডালৰ মাজৰ কোণৰ সমদ্বিখণ্ডক কেইডালৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 2

Find the equation of the bisectors of the angles between the lines $7x^2 - 2xy - y^2 = 0$.

- (d) যদি $x^2 + kxy - 2y^2 + 3y - 1 = 0$ সমীকৰণে এযোৰ সবলৰেখা নিৰ্দেশ কৰে, তেন্তে k ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। 3

Find the value of k , so that the equation $x^2 + kxy - 2y^2 + 3y - 1 = 0$ represents a pair of straight lines.

- (e) প্ৰমাণ কৰা যে $y^3 - x^3 + 3xy(y - x) = 0$ সমীকৰণে, পৰস্পৰ এডালে আনডালৰ লগত সমান কোণত হালি থকা তিনিডাল সবলৰেখা নিৰ্দেশ কৰে। 5

Prove that the equation $y^3 - x^3 + 3xy(y - x) = 0$ represents three straight lines equally inclined to one another.

অথবা / Or

- (2, 3) বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা আৰু $2x^2 + xy - 3y^2 + 3x + 2y + 1 = 0$ বোখাদ্বয়ৰ লম্বৰেখাৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

Find the equation of the lines passing through (2, 3) and perpendicular to the lines $2x^2 + xy - 3y^2 + 3x + 2y + 1 = 0$.

3. (a) x আৰু y বিশিষ্ট এটা সাধাৰণ দ্বিঘাত সমীকৰণে এটা অধিবৃত্ত নিৰ্দেশ কৰা চৰ্ত লিখা। 1

Write the condition when a general second-degree equation in x and y represents a parabola.

- (b) $x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্ত সাপেক্ষে (2, 3) বিন্দুৰ ধ্রুৱীয় লিখা। 1

Write the polar of the point (2, 3) with respect to a circle $x^2 + y^2 = a^2$.

- (c) $3x^2 + 4y^2 - 12x + 8y + 4 = 0$ শঙ্কুৰ কেন্দ্ৰ নিৰ্ধাৰণ কৰা। 3

Determine the centre of the conic $3x^2 + 4y^2 - 12x + 8y + 4 = 0$.

অথবা /Or

$y^2 - xy - 2x^2 - 5x + x - 6 = 0$ শঙ্কুলৈ (1, -1) বিন্দুৰ পৰা টনা স্পৰ্শক আৰু অভিলম্বৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

Find the equations of tangent and normal at (1, -1) to the conic $y^2 - xy - 2x^2 - 5x + x - 6 = 0$.

- (d) $6x^2 - 5xy - 6y^2 + 14x + 5y + 4 = 0$ শঙ্কুক বিহিত আকাৰত প্রকাশ কৰা আৰু ইয়াৰ প্ৰকাৰ লিখা। 5

Reduce the equation $6x^2 - 5xy - 6y^2 + 14x + 5y + 4 = 0$ to canonical form and state the type of the conic.

SECTION—II

(3-Dimension)

4. (a) $x+2y+4z=0$ য়ে এক নির্দিষ্ট বিন্দুৰ মাজেৰে পাব হোৱা সমতল নিৰ্দেশ কৰে। সেই বিন্দুটো লিখা। 1
 $x+2y+4z=0$ represents a plane passing through a particular point. Write that point.
- (b) অক্ষকেইডালত 2, 4, -3 ছেদাংশ কৰা সমতলখনৰ সমীকৰণ লিখা। 1
 Find the equation of the plane which makes intercepts 2, 4, -3 on the axes.
- (c) $2x+y+z=6$, $x-y+2z=3$ সমতল দুখনৰ মাজৰ কোণ নিৰ্ধাৰণ কৰা। 2
 Find the angle between the planes $2x+y+z=6$, $x-y+2z=3$.
- (d) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{12}$ ৰেখা আৰু $x-y+z=5$ সমতলৰ ছেদবিন্দু নিৰ্ণয় কৰা। 2
 Find the point of intersection of the line $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{12}$ and the plane $x-y+z=5$.
- (e) xz -সমতলৰ সমান্তৰাল আৰু (1, 2, 3) বিন্দুৰ মাজেৰে পাব হোৱা সমতলৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 4
 Find the equation of the plane passing through the point (1, 2, 3) and parallel to xz -plane.

অথবা / Or

প্রমাণ কৰা যে, $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3}$ আৰু

$\frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-3}{4}$ সমতলীয়।

Prove that the lines $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3}$ and $\frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-3}{4}$ are coplanar.

5. (a) $\frac{x}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2}$ আৰু $5x - 2y - 3z + 6 = 0 =$

$x - 3y + 2z - 3$ বেখা দুডালৰ মাজৰ ন্যূনতম দূৰত্ব
নিৰ্ধাৰণ কৰা।

4

Find the shortest distance between the lines

$$\frac{x}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2} \text{ and}$$

$$5x - 2y - 3z + 6 = 0 = x - 3y + 2z - 3$$

(b) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{4}$ বেখাডালৰ $x + 2y + z = 6$

সমতলত পৰা প্রক্ষেপৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

4

Find the equation of the projection of the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{4}$ on the plane $x + 2y + z = 6$.

(7)

অথবা /Or

যদি $\frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, $x = 0$ আৰু $\frac{x}{a} - \frac{z}{c} = 1$, $y = 0$

বেখা দুডালৰ মাজৰ ন্যূনতম দূৰত্ব $2d$ হয়, তেন্তে

দেখুওৱা যে $\frac{1}{d^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ ।

If $2d$ is the shortest distance between the

lines $\frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, $x = 0$ and $\frac{x}{a} - \frac{z}{c} = 1$, $y = 0$,

then show that $\frac{1}{d^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.

GROUP—B

(Analysis—I)

6. (a) যদি $y = \sin^2 x$ হয়, তেজ্জে y_n নির্ণয় কৰা। 1
If $y = \sin^2 x$, then find y_n .

- (b) $y = x^2(a - x)$ বক্রৰ উপস্পর্শকৰ দৈৰ্ঘ্য নির্ণয় কৰা। 1
Find the length of the subtangent to the curve $y = x^2(a - x)$.

- (c) যদি $y = x^2 e^{ax}$ হয়, তেজ্জে y_n নির্ণয় কৰা। 3
If $y = x^2 e^{ax}$, then find y_n .

- (d) মান নির্ণয় কৰা : 3
Evaluate :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x - \sin x}$$

অথবা /Or

$x = a \cos \theta$, $y = a \sin \theta$ বক্রৰ যি কোনো বিন্দুত বক্রতা ব্যাসার্ধ নির্ণয় কৰা।

Find the radius of curvature at any point of the curves $x = a \cos \theta$, $y = a \sin \theta$.

- (e) $s = \log \sec \psi$ বক্রৰ যি কোনো বিন্দু (s, ψ)ত বক্রতা ব্যাসার্ধ নির্ণয় কৰা। 2

Find the radius of curvature at any point (s, ψ) on the curve $s = \log \sec \psi$.

7. (a) বল্‌ছৰ উপপাদ্যটো লিখা। 1
Write the statement of Rolle's theorem.
- (b) মধ্যমান উপপাদ্য $f(b) - f(a) = (b-a)f'(c)$ ত c ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা, য'ত $f(x) = x^2$, $a = 1$, $b = 2$. 2
Find the value of c in the mean-value theorem $f(b) - f(a) = (b-a)f'(c)$, if $f(x) = x^2$, $a = 1$, $b = 2$.
- (c) e^x ক x ৰ ঘাত হিচাপে মেকলৰিন শ্ৰেণীত বিস্তাৰ কৰা। 2
Expand e^x in powers of x by Maclaurin's series.
- (d) ক্‌চিৰ মধ্যমান উপপাদ্য উল্লেখ কৰি প্ৰমাণ কৰা। 5
State and prove Cauchy's mean-value theorem.

অথবা / Or

দেখুওৱা যে

Show that

$$\frac{x}{1+x^2} < \tan^{-1} x < x, \quad \forall x > 0$$

8. (a) যদি $f = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ হয়, তেন্তে $\frac{\partial f}{\partial x}$ নিৰ্ণয় কৰা। 1
Find $\frac{\partial f}{\partial x}$, if $f = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$.

(10)

(b) যদি $u = f(xyz)$ হয়, তেত্তে $\frac{\partial f}{\partial y}$ নির্ণয় কৰা।

1

If $u = f(xyz)$, find $\frac{\partial f}{\partial y}$.

(c) $u = \frac{x-y}{x+y}$ ফলনৰ বাবে অইলাৰৰ উপপাদ্য সত্যাপন
কৰা।

3

Verify Euler's theorem for the function

$$u = \frac{x-y}{x+y}$$

অথবা /Or

যদি $f(x, y) = 0$, তেত্তে দেখুওৱা যে

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}}$$

If $f(x, y) = 0$, then show that

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}}$$

9. (a) মান নির্ণয় কৰা :

1

Evaluate :

$$\int_0^{\pi/2} \cos^3 x \, dx$$

(b) $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ হোৱাৰ চৰ্ত লিখা। 1

Write the condition when $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$.

(c) মান নিৰ্ণয় কৰা : 4

Evaluate :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

(d) $\int_0^{\pi/2} \sin^n x dx$ ৰ লঘুকৰণ সূত্র নিৰ্ণয় কৰা। 4

Obtain the reduction formula for $\int_0^{\pi/2} \sin^n x dx$.

অথবা / Or

$r = a(1 - \cos\theta)$ কাৰ্ডিয়ইডৰ পৰিসীমা নিৰ্ণয় কৰা।

Find the perimeter of the cardioid

$r = a(1 - \cos\theta)$.
