

Total No. of Printed Pages—19

3 SEM TDC STS G 1 (N/O)

2 0 1 7

(November)

STATISTICS

(General)

Course : 301

(**Estimation and Testing**)

(**New Course**)

Full Marks : 48

Pass Marks : 14

Time : 2 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

1. খালী ঠাই পূৰ কৰা : 1×5=5

Fill in the blanks :

(a) যদি এটা পর্যাপ্ত আকলক বিদ্যমান হয়, তেনেহ'লে ই
_____ আকলকৰ ফলন হয়।

If a sufficient estimator exists, it is
a function of the _____ estimator.

(b) এটা চৰম শক্যতা আকলক সদায় _____ হয়।

A maximum likelihood estimator is always _____.

(c) H_0 শুদ্ধ হ'লে, H_0 নিবাকৰণ কৰা ত্ৰুটিক কোৱা হয় _____ ত্ৰুটি।

The error of rejecting H_0 , when H_0 is true, is called _____ error.

(d) β ক সন্ভাৰিতাৰ _____ ত্ৰুটি বা উপভোক্তাৰ সংশয় বুলি কোৱা হয়।

β is called the probability of _____ error or consumer's risk.

(e) অপ্রাচলীয় পৰীক্ষাৰ অভিধাৰণাসমূহৰ এটা হৈছে অধ্যয়নকৃত চলকবোৰ _____।

One of the assumptions of non-parametric test is variables under study is _____.

2. চমু উত্তৰ দিয়া :

2×4=8

Answer in brief :

(a) ধৰা হৈছে, X আৰু Y দুটা স্বতন্ত্ৰ যাদৃচ্ছিক চলক আৰু দুয়োটাৰে মাধ্য μ অজ্ঞাত। X আৰু Y দুয়োৰে প্ৰসৰণ 36. ধৰা হৈছে, $T = aX + bY$, μ ৰ এটা

(3)

আকলক। যদি $a+b=1$ হয়, তেনেহঁলে দেখুওৱা যে T , μ ৰ এটা অনভিনত আকলক। যদি $a = \frac{1}{3}$ ও $b = \frac{2}{3}$ হয়, তেনেহঁলে T ৰ প্ৰসৰণ কিমান হ'ব?

Suppose X and Y are independent random variables with the same unknown mean μ . Both X and Y have variance as 36. Let $T = aX + bY$ be an estimator of μ . Show that T is an unbiased estimator of μ if $a + b = 1$. If $a = \frac{1}{3}$ and $b = \frac{2}{3}$, then what is the variance of T ?

- (b) (i) বিবিক্ত সমষ্টি আৰু (ii) অবিবিক্ত সমষ্টিৰ পৰা গ্ৰহণ কৰা এটা যাদৃচ্ছিক চলকৰ কাৰণে শক্যতা ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া।

Define the likelihood function for a random sample drawn from (i) a discrete population and (ii) a continuous population.

- (c) এটা মুদ্ৰা 200 বাৰ উৎক্ষেপ কৰা হৈছে, তাৰ ভিতৰত 120 বাৰ মুদ্ৰাটোৱে মুণ্ড দেখুৱাইছে। মুদ্ৰাটো অনভিনতনে?

A coin is tossed 200 times, out of which head appears 120 times. Is the coin unbiased?

- (d) প্রাচলীয় পৰীক্ষা আৰু অপ্ৰাচলীয় পৰীক্ষাৰ মাজৰ পাৰ্থক্য দেখুওৱা। অপ্ৰাচলীয় পৰীক্ষাৰ উপযোগিতাসমূহ কি কি?

Distinguish between parametric test and nonparametric test. What are the advantages of nonparametric test?

3. (a) সংগত আকলকৰ সংজ্ঞা দিয়া। ধৰা হৈছে, প্ৰসৰণ σ_n^2 আৰু $E(T_n) = \theta_n$ ব সৈতে T_n , θ ব এটা আকলক। প্ৰমাণ কৰা যে, $n \rightarrow \infty$ ব কাৰণে যদি $\theta_n \rightarrow \theta$ আৰু $\sigma_n^2 \rightarrow 0$ হয়, তেনেহ'লে T_n , θ ব এটা সংগত আকলক হ'ব। তেতিয়া তলত দিয়াবিলাকৰ সংগত আকলক উলিওৱা :

$$1+2+3+3=9$$

(i) প্ৰসামান্য বৰ্টনৰ মধ্যমা

(ii) প্ৰসামান্য বৰ্টনৰ প্ৰসৰণ, যেতিয়া মধ্যমা জ্ঞাত হয়

Define a consistent estimator. Let T_n be an estimator of θ with variance σ_n^2 and $E(T_n) = \theta_n$. Prove that if $\theta_n \rightarrow \theta$ and $\sigma_n^2 \rightarrow 0$ as $n \rightarrow \infty$, then T_n is a consistent estimator of θ . Hence obtain the consistent estimators for the following :

(i) Mean of the normal distribution

(ii) Variance of the normal distribution when mean is known

(5)

অথবা /Or

- (b) MVU আকলকৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱা যে এটা MVU আকলক সদায় অধ্বিতীয়। 3+6=9

Define MVU estimator. Show that an MVU estimator is always unique.

4. (a) আকলনৰ চৰম শক্যতা পদ্ধতিৰ বৰ্ণনা দিয়া আৰু ইয়াৰ পাঁচটা সৰ্বোৎকৃষ্ট ধৰ্মৰ আলোচনা কৰা। তলত উল্লেখ কৰা সমষ্টিবোৰ পৰা লোৱা n আকাৰৰ যাদৃচ্ছিক প্ৰতিদৰ্শৰ শক্যতা ফলনবোৰ উলিওৱা : 2+5+2=9

(i) প্ৰসামান্য (m, σ^2)

(ii) দ্বিপদ (n, p)

Describe the maximum likelihood method of estimation and discuss five of its optimal properties. Find the likelihood functions for a random sample of size n from each of the following populations :

(i) Normal (m, σ^2)

(ii) Binomial (n, p)

অথবা / Or

- (b) অন্তৰাল আকলন বুলিলে কি বুজা, ব্যাখ্যা কৰা। মাধ্য μ আৰু মানক বিচলন σ (σ অজ্ঞাত)সহ সমষ্টি এটাৰ পৰা 50 আকাৰৰ প্ৰতিদৰ্শ এটা লোৱা হৈছে। 50টা নিৰীক্ষণৰ প্ৰতিদৰ্শটোৰ পৰা গোৱা গ'ল, $\bar{X} = 52.5$ আৰু $\sum_{i=1}^{50} (X_i - \bar{X})^2 = 4900$. μ ৰ 95% বিশ্বাস্যতা

অন্তৰাল উলিওৱা।

4+5=9

Explain what is meant by interval estimation. Consider a random sample of size 50 from a population with mean μ and s.d. σ (σ not known). The computations from the 50 sample observations yield $\bar{X} = 52.5$ and $\sum_{i=1}^{50} (X_i - \bar{X})^2 = 4900$. Find a 95% confidence interval for μ .

5. (a) বিজ্ঞ প্ৰকল্প, বিকল্প প্ৰকল্প, স্বীকৰণ ক্ষেত্ৰ আৰু নিৰাকৰণ ক্ষেত্ৰ ব্যাঞ্জকবোৰ ব্যাখ্যা কৰা। পৰিসাংখ্যিকীয় প্ৰকল্প পৰীক্ষাৰ মুখ্য পদক্ষেপবোৰ নিৰ্দেশ দিয়া। একপাক্ষিক আৰু দ্বিপাক্ষিক পৰীক্ষা বুলিলে কি বুজা, আলোচনা কৰা।

6+2+2=10

Explain the expressions null hypothesis, alternative hypothesis, acceptance region and rejection region. Indicate the principal steps in testing a statistical hypothesis. Discuss what is meant by one- and two-sided tests.

অথবা / Or

- (b) (i) এটা বিশেষ খাদ্যৰ পৰীক্ষামূলক 9টা জন্তুৰ এটা যাদুচ্ছিক প্ৰতিদৰ্শৰ পৰা পোৱা ফলাফলবোৰ এনে ধৰণৰ $\Sigma x_i = 45$ lbs, $\Sigma x_i^2 = 279$ lbs, য'ত x_i হৈছে i তম জন্তুটোৰ বৰ্ধিত ওজন। যদি বৰ্ধিত ওজন চলকটোৱে $N(\mu, \sigma^2)$ প্ৰসামান্য বণ্টন অনুসৰণ কৰে, তেনেহ'লে 5% স্তৰত $H_1: \mu \neq 1$ ৰ বিপৰীতে $H_0: \mu = 1$ পৰীক্ষা কৰা। দিয়া আছে, স্বাতন্ত্ৰ্য মাত্ৰা 8ৰ কাৰণে $[|t| > 2.306] = 0.05$.

5

A random sample of 9 experimental animals under a certain diet gave the following increase in weight. $\Sigma x_i = 45$ lbs, $\Sigma x_i^2 = 279$ lbs, where x_i denotes the increase in weight of the i th animal. Assuming that the increase in weight is normally distributed as $N(\mu, \sigma^2)$ variate, test $H_0: \mu = 1$ against $H_1: \mu \neq 1$ at 5% level. Given $[|t| > 2.306] = 0.05$ for 8 d.f.

- (ii) দুটা যাদুচ্ছিক প্ৰতিদৰ্শৰ পৰা পোৱা ফলাফলসমূহ তলত দিয়া আছে। 5% সাৰ্থকতা স্তৰত পৰীক্ষা কৰা যে, প্ৰতিদৰ্শ দুটা একে প্ৰসামান্য সমষ্টিৰ পৰা অনা হৈছে নেকি ?

5

(8)

Two random samples gave the following results. Test whether the samples come from the same normal population at 5% level of significance :

প্রতিদর্শ Sample	আকার Size	প্রতিদর্শ মাধ্য Sample mean	মাথাৰ পৰা অন্তৰলৈ পোৱা বাণিব বৰ্গৰ যোগফল Sum of squares of deviations from the mean
1	10	15	90
2	12	14	108

দিয়া আছে :

Given :

$$F_{5\%}(9, 11) = 2.90, F_{5\%}(11, 9) = 3.10 \text{ (approx.)}$$

$$t_{5\%}(20) = 2.086, t_{5\%}(22) = 2.07$$

6. (a) অভিধাৰণাসমূহ স্পষ্টকৈ ব্যক্ত কৰি, চিহ্ন পৰীক্ষা বৰ্ণনা কৰা।

7

Describe sign test, stating clearly the assumptions made.

অথবা / Or

- (b) দুটা স্বতন্ত্ৰ পৰিদৰ্শৰ কাৰণে মাধ্যমিকী পৰীক্ষাৰ প্ৰক্ৰিয়াটো বৰ্ণনা কৰা। যেতিয়া দুটা পৰিদৰ্শৰ মাজত সম্বন্ধ থাকে, তেতিয়া কোনটো অপ্ৰাচলীয় পৰীক্ষা ব্যৱহাৰ কৰিব? 6+1=7

Describe the procedure of median test when there are two independent samples. What nonparametric test would you use when the two samples are related?

(10)

(Old Course)

Full Marks : 80

Pass Marks : 32

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

1. খালী ঠাই পূৰ কৰা :

1×8=8

Fill in the blanks :

(a) প্রতিদর্শৰ মাধ্য সমষ্টিৰ মাধ্যৰ _____ আকলক।
Sample mean is an _____ estimate of
population mean.

(b) ক্ৰেমার-ৰাও অসমতাৰ্হি এটা অনভিনত আকলকৰ
প্ৰসৰণৰ _____ দিয়ে।
Cramer-Rao inequality provides _____ to
the variance of an unbiased estimator.

(c) চৰম শক্যতা আকলক _____ হোৱাটো আৱশ্যক।
The maximum likelihood estimators
need not necessarily be _____.

(d) $N(\mu, \sigma^2)$ ৰ প্ৰাচল μ ৰ বাবে 95% বিশ্বাস্যতা
সীমাবোৰ হ'ব _____।
The 95% confidence limits for the
parameter μ of $N(\mu, \sigma^2)$ are _____.

8P/219

(Continued)

(e) এটা বিজ্ঞ প্রকল্পক অগ্রাহ্য কৰা হয়, যদি পৰীক্ষণ
প্ৰতিদৰ্শকৰ মান _____ পৰে।

A null hypothesis is rejected, if the value
of a test statistic lies in the _____.

(f) $H_0: \mu = \mu_0$ ৰ বিপক্ষে $H_1: \mu \neq \mu_0$ পৰীক্ষা কৰিবৰ
বাবে পৰীক্ষণ প্ৰতিদৰ্শকৰ $z =$ _____।

The statistic z for testing $H_0: \mu = \mu_0$
against $H_1: \mu \neq \mu_0$ is $z =$ _____.

(g) _____ প্ৰতিদৰ্শক ক্ষেত্ৰত ষ্টুডেণ্ট t -পৰীক্ষা কৰা হয়।

Student's t -test is applicable in case
of _____ sample.

(h) _____ৰ সমতা পৰীক্ষা কৰিবলৈ মধ্যমা পৰীক্ষা ব্যৱহাৰ
কৰা হয়।

Median test is used for testing the
equality of _____.

2. তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

2×8=16

Answer the following questions :

(a) এটা ভাল আকলকৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ কি কি ?

What are the characteristics of a good
estimator?

(b) ক্ৰেমাৰ-বাওৰ অসমতা উল্লেখ কৰা।

State Cramer-Rao inequality.

- (c) ঘূৰ্ণক পদ্ধতিৰে প্ৰাচলৰ আকল কৰাটো বৰ্ণনা কৰা।
Describe the method of moments for estimating parameters.
- (d) এটা 100 আকাৰৰ যাদৃচ্ছিক প্ৰতিদৰ্শৰ মাধ্য 15 আৰু সমষ্টিৰ প্ৰসৰণ 25 হয়। 95% বিশ্বাস্যতা মাত্ৰাত সমষ্টিৰ মাধ্যৰ অন্তৰাল আকল উলিওৱা।
A random sample of size 100 has mean 15, the population variance being 25. Find the interval estimate of the population mean with a confidence level of 95%.
- (e) ক্ৰান্তিক ক্ষেত্ৰ বুলিলে কি বুজায়?
What is meant by critical region?
- (f) সাংখ্যিকীয় প্ৰকল্প পৰীক্ষাত বিকল্প প্ৰকল্পৰ গুৰুত্ব চমুকৈ উল্লেখ কৰা।
Briefly mention the importance of alternative hypothesis in testing of numerical hypothesis.
- (g) অপ্ৰাচলীয় পদ্ধতি কেতিয়া ব্যৱহাৰ কৰা উচিত?
When should the nonparametric method be used?
- (h) অপ্ৰাচলীয় পদ্ধতিৰ অসুবিধাসমূহ কি কি?
What are the disadvantages of nonparametric method?

3. যি কোনো দুটা প্রশ্নৰ উত্তৰ লিখা :

7×2=14

Answer any two questions :

(a) বিন্দু আকলকৰ সংজ্ঞা দিয়া। যদি n_1, n_2, \dots, n_r আকাৰৰ r প্ৰতিদৰ্শৰ প্ৰসৰণ ক্ৰমে $s_1^2, s_2^2, \dots, s_r^2$ হয় আৰু t_1 প্ৰতিদৰ্শৰ প্ৰদত্ত মান

$$t_1 = \frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2 + \dots + n_r s_r^2}{k_1}$$

হয়, তেন্তে σ^2 এটা অনভিনত আকলক আকলন কৰিবলৈ k_1 ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

2+5=7

Define point estimator. If $s_1^2, s_2^2, \dots, s_r^2$, are r sample variances based on sample of sizes n_1, n_2, \dots, n_r respectively and if t_1 is a statistic given by

$$t_1 = \frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2 + \dots + n_r s_r^2}{k_1}$$

for estimating σ^2 as an unbiased estimator, find the value of k_1 .

(b) এটা দক্ষ আকলকৰ সংজ্ঞা কেনেকৈ দিয়া? এটা অজ্ঞাত মাধ্য, μ যুক্ত প্ৰসামান্য সমষ্টিৰ পৰা 5 আকাৰৰ $(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)$ এটা যাদৃচ্ছিক প্ৰতিদৰ্শ

লোৰা হ'ল। μ আকলনৰ বাবে তলৰ আকলকসমূহ
বিবেচনা কৰা :

$$T_1 = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5}{5}$$

$$T_2 = \frac{X_1 + X_2}{2} + X_3$$

$$T_3 = \frac{2X_1 + X_2 + \lambda X_3}{3}$$

য'ত λ এনে হ'ব লাগিব, যাতে T_3 এটা অনভিনত
আকলক হয়। ইয়াৰে কোনটো আকলক উৎকৃষ্ট আৰু
কিয় ?

$$2+2+3=7$$

How do you define an efficient estimator?
A random sample $(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)$ of
size 5 is drawn from a normal population
with unknown mean μ . Consider the
following estimators to estimate :

$$T_1 = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5}{5}$$

$$T_2 = \frac{X_1 + X_2}{2} + X_3$$

$$T_3 = \frac{2X_1 + X_2 + \lambda X_3}{3}$$

where, λ is such that T_3 is an unbiased
estimator. Examine which of these
estimators is the best and why.

(c) আকলক পর্যাণ্ডতা বুলিলে কি বুজা? প্রসামান্য সমষ্টি $N(\mu, \sigma^2)$ ৰ পৰা এটা যাদৃচ্ছিক প্রতিদর্শ লোৱা হ'ল।

μ আৰু σ^2 ৰ পর্যাণ্ড আকলক নিৰ্ণয় কৰা। $2+2+3=7$

What is sufficient estimator? A random sample is drawn from a normal population $N(\mu, \sigma^2)$. Find the sufficient estimators for μ and σ^2 .

4. যি কোনো দুটা প্রশ্নৰ উত্তৰ লিখা : $7 \times 2 = 14$

Answer any two questions :

(a) চৰম শক্যতা আকলকৰ আলোচনা কৰা। চৰম শক্যতা আকলকৰ প্রধান ধৰ্মসমূহ লিখা। 7

Discuss maximum likelihood estimators. State the important properties of maximum likelihood estimators.

(b) ধৰা হ'ল, x_1, x_2, \dots, x_n যাদৃচ্ছিক চলকটো লোৱাৰ বৰ্ণনটোৰ সম্ভাৰিতা ফলনটো হ'ল

$$f(x, \theta) = \theta e^{-\theta x}; \quad 0 < x < \infty, \theta > 0 \\ = 0 \quad ; \quad \text{অন্যত}$$

ঘূৰ্ণক পদ্ধতিৰে θ আকলক কৰা। 7

Let x_1, x_2, \dots, x_n be a random sample from a distribution with the probability density function

$$f(x, \theta) = \theta e^{-\theta x}; \quad 0 < x < \infty, \theta > 0 \\ = 0 \quad ; \quad \text{elsewhere}$$

Estimate θ using the method of moments.

- (c) বিশ্বাস্যতা অন্তৰাল কাক বোলে? এটা প্ৰসামান্য বৰ্ণনৰ
(i) মধ্যমান আৰু (ii) প্ৰসৰণৰ বাবে বিশ্বাস্যতা অন্তৰাল
উলিওৱা। 2+5=7

What are the confidence intervals?
Obtain the confidence intervals for
(i) mean and (ii) variance of a normal
population.

5. যি কোনো দুটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ লিখা : 9×2=18

Answer any two questions :

- (a) সৰল আৰু যৌগিক প্ৰকল্প কি? উদাহৰণসহ লিখা।
সাংখ্যিকীয় প্ৰকল্প পৰীক্ষাৰ প্ৰণালীটো চমুকৈ বৰ্ণনা
কৰা। 4+5=9

What are simple and composite
hypotheses? Explain with examples.
Describe briefly the procedure of testing
a numerical hypothesis.

- (b) χ^2 -প্ৰতিদৰ্শৰ সংজ্ঞা দিয়া। এই প্ৰতিদৰ্শৰ সহায়ত গুণৰ
স্বতন্ত্ৰতা কেনেকৈ পৰীক্ষা কৰিবা? χ^2 -প্ৰতিদৰ্শ ব্যৱহাৰ
কৰিবলৈ আৱশ্যকীয় চৰ্তসমূহ কি কি? 2+4+3=9

Define χ^2 -statistic. How do you test
the independence of attributes with it?
What are the necessary conditions for
application of χ^2 -test statistic?

- (c) বৃহৎ আৰু ক্ষুদ্র প্ৰতিদৰ্শৰ পৰীক্ষাৰ মাজত পাৰ্থক্য কৰা।
দুটা ক্ষুদ্র প্ৰতিদৰ্শৰ মাধ্যম পৰীক্ষা কেনেকৈ কৰিব?

দিয়া আছে,

$$n_1 = 10, n_2 = 12, \bar{X} = 12 \text{ lb}, \bar{Y} = 18 \text{ lb},$$

$$\sum_i (X_i - \bar{X})^2 = 120 \text{ sq. lb}, \sum_j (Y_j - \bar{Y})^2 = 314 \text{ sq. lb}$$

পৰীক্ষা কৰি দেখুওৱা যে, দুয়োটা প্ৰতিদৰ্শৰ মাধ্যম সাৰ্থক
অন্তৰ আছেনে?

দিয়া আছে, 20 স্বতন্ত্ৰ মাত্ৰাৰ কাৰণে 5% সাৰ্থকতা
স্তৰত t ৰ মান 2.09.

$$2+4+3=9$$

Distinguish between large and small
sample tests. How can you test means
of two small samples?

Given :

$$n_1 = 10, n_2 = 12, \bar{X} = 12 \text{ lb}, \bar{Y} = 18 \text{ lb},$$

$$\sum_i (X_i - \bar{X})^2 = 120 \text{ sq. lb}, \sum_j (Y_j - \bar{Y})^2 = 314 \text{ sq. lb}$$

Test whether two sample means differ
significantly or not.

Given, $t_{0.05}$ for 20 d.f. = 2.09.

6. (a) চিহ্ন পৰীক্ষাটো বৰ্ণনা কৰা। এটা টেলিভিচন কোম্পানীৰ
18 জন কৰ্মচাৰীৰ এদিনত এটা টেলিভিচন একত্ৰিত
কৰিবলৈ লগা সময়সমূহ (ঘণ্টাত) দিয়া হৈছে :

16, 14, 5, 9, 11, 4, 7, 10, 7

16, 10, 7, 9, 11, 9, 10, 8, 10

এটা টেলিভিচন একত্রিত কৰিবলৈ ৪ ঘণ্টাতকৈ বেছি
সময় লাগে নেকি, পৰীক্ষা কৰা। $5+5=10$

Describe the sign test. The following
data is the time (in hours) taken
by 18 workers in a TV company in
assembling a television set during a day :

16, 14, 5, 9, 11, 4, 7, 10, 7

16, 10, 7, 9, 11, 9, 10, 8, 10

Find out whether majority of the workers
take more than 8 hours in assembling
a TV set.

অথবা /Or

(b) মধ্যমা পৰীক্ষা বৰ্ণনা কৰা। ঔষধ নোখোৱাকৈ 6 জন
মানুহৰ নাড়ীৰ হাব আৰু 3 দিন ঔষধ খোৱাৰ পিচত
7 জন মানুহৰ নাড়ীৰ হাবসমূহ এনে ধৰণৰ :

3 দিন ঔষধ নোখোৱাকৈ নাড়ীৰ হাব :

x : 120, 104, 72, 182, 88, 96

3 দিন ঔষধ লোৱাৰ পিচত নাড়ীৰ হাব :

y : 122, 108, 105, 130, 140, 136, 84

$\alpha = 0.05$ ত পৰীক্ষা কৰা যে, ঔষধ খোৱা আৰু
নোখোৱা মানুহৰ নাড়ীৰ হাব একে। $5+5=10$

Describe the median test. The pulse rate
of 6 persons without any medication

(19)

and of 7 persons after 3 days of medication were as follows :

Pulse rate after 3 days without any medication :

x : 120, 104, 72, 182, 88, 96

Pulse rate after 3 days of medication :

y : 122, 108, 105, 130, 140, 136, 84

Test whether the distribution of pulse rate of persons before and after medication is same at $\alpha = 0.05$.
