

Total No. of Printed Pages—16

6 SEM TDC MTH G 1 (A/B)

2017

(May)

MATHEMATICS

(General)

Course : 601

Full Marks : 80

Pass Marks : 32/24

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

GROUP—A

[(a) Abstract Algebra

(b) Elementary Statistics]

(a) Abstract Algebra

(Marks : 45)

1. (a) ক্রমবিনিময় গ্রুপৰ সংজ্ঞা লিখা। 2

Define an Abelian group.

(b) দেখুওৱা যে সাধাৰণ পূৰণ প্ৰক্ৰিয়াৰ বাবে অখণ্ড সংখ্যাৰ
সমষ্টি Z এটা গ্ৰুপ নহয়। 2

Show that the set Z of integers is not a
group under usual multiplication
composition on it.

- (c) দেখুওৱা যে সদিশ সংখ্যাৰ সমষ্টিত সদিশ সংখ্যাৰ অদিশ পূৰণ দ্বিবিচাৰ প্ৰক্ৰিয়া নহয়। 2

Show that the scalar product of vectors is not a binary composition in the set of vectors.

- (d) অখণ্ড সংখ্যাৰ সমষ্টি Z , বাস্তৱ সংখ্যাৰ যোগজ গ্ৰুপ Q ৰ এটা উপগ্ৰুপ হয়নে? 1

Is the set Z of integers a subgroup of the additive group Q of rational numbers?

- (e) চক্ৰীয় গ্ৰুপৰ সংজ্ঞা দিয়া। প্ৰমাণ কৰা যে n কোটিৰ সসীম গ্ৰুপ এটা চক্ৰীয় গ্ৰুপ হ'ব যদি আৰু একমাত্ৰ যদি ইয়াত n কোটিৰ এটা উপাদান থাকে। 1+4=5

Write the definition of cyclic group. Prove that a finite group of order n is cyclic if and only if it has an element of order n .

- (f) অভিলম্ব উপগ্ৰুপৰ সংজ্ঞা দিয়া। প্ৰমাণ কৰা যে H এটা G গ্ৰুপৰ অভিলম্ব উপগ্ৰুপ হ'ব যদি আৰু একমাত্ৰ যদি $gHg^{-1} = H \quad \forall g \in G$. 1+4=5

Define normal subgroup. Prove that H is a normal subgroup of a group G if and only if $gHg^{-1} = H \quad \forall g \in G$.

2. (a) যদি N এটা G গ্ৰুপৰ অভিলম্ব উপগ্ৰুপ হয় আৰু G/N য়ে G ত থকা N ৰ সকলো কছেটৰ সমষ্টি বুজায়, য'ত

$$(Na)(Nb) = Nab \quad \forall Na, Nb \in G/N$$

তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে G/N এটা গ্ৰুপ।

5

If N is a normal subgroup of a group G and G/N is the set of all cosets of N in G , where

$$(Na)(Nb) = Nab \quad \forall Na, Nb \in G/N$$

then prove that G/N is a group.

নাইবা / Or

আইছ'মর্ফিজিমৰ প্ৰথম সূত্ৰটো লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা। 5

State and prove first theorem of isomorphism.

(b) যদি Z এটা অবলম্ব সংখ্যাৰ যোগজ গ্ৰুপ,
 $G = \{2^n : n \in Z\}$ আৰু $f: Z \rightarrow G$ যাতে
 $f(n) = 2^n \quad \forall n \in Z$ হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে Z ৰ
 ই'ম'ৰ্ফিক প্ৰতিবিম্ব হৈছে G . 3

If Z be the additive group of integers,
 $G = \{2^n : n \in Z\}$ and $f: Z \rightarrow G$ s.t.
 $f(n) = 2^n \quad \forall n \in Z$, then prove that G is
 homomorphic image of Z .

3. (a) অসংলগ্ন বিন্যাসৰ সংজ্ঞা লিখা। 1

Define disjoint permutation.

(b) যুগ্ম বা অযুগ্ম বিন্যাস মানে কি বুজা? 1

What do you mean by even or odd permutation?

- (c) প্রমাণ কৰা যে সসীম সমষ্টিৰ এটা বিন্যাসৰ যি কোনো দুটা চক্ৰ অসংলগ্ন। 3

Prove that any two cycles of a permutation of a finite set are disjoint.

- (d) কেলিৰ সূত্ৰটো লিখা আৰু প্রমাণ কৰা। 1+4=5
State and prove Cayley's theorem.

নাইবা / Or

এটা গ্ৰুপৰ অট'মৰ্ফিজিমৰ সংজ্ঞা দিয়া। প্রমাণ কৰা যে যদি $G = \langle a \rangle$, $a \neq e$ এটা চক্ৰীয় গ্ৰুপ হয়, তেন্তে G ৰ যি কোনো এটা এণ্ড'মৰ্ফিজিম f , G ৰ অট'মৰ্ফিজিম হ'ব যদি আৰু একমাত্ৰ যদি $f(a)$, G ৰ এটা জেনেৰেটৰ হয়। 5

Define automorphism of a group. Prove that if $G = \langle a \rangle$, $a \neq e$ be a cyclic group, then any endomorphism f of G is an automorphism of G if and only if $f(a)$ is a generator of G .

4. (a) প্রমাণ কৰা যে R বিং ত থকা সকলো a, b ৰ বাবে $a(-b) = (-a)b = -ab$. 2

Prove that for all a, b in ring R , $a(-b) = (-a)b = -ab$.

- (b) প্রমাণ কৰা যে এটা বিং R ৰ উপসমষ্টি $S \neq \emptyset$, R ৰ উপবিং হ'ব যদি আৰু একমাত্ৰ যদি $a - b \in S$ আৰু $ab \in S \forall a, b \in S$. 4

Prove that a subset $S \neq \emptyset$ of a ring R is a subring of R if and only if $a - b \in S$ and $ab \in S \forall a, b \in S$.

নাইবা / Or

প্রমাণ কৰা যে যি কোনো সসীম অশূন্য শূন্যভাজক নথকা বিং R এটা হব বিং। 4

Prove that any finite non-zero ring R without zero-divisor is a division ring.

- (c) প্রমাণ কৰা যে R বিঙ-ৰ যি কোনো দুটা আইডিয়েল A আৰু B ৰ কাৰণে $A + B$ এটা R ৰ আইডিয়েল হয় য'ত $A + B$ য়ে A আৰু B দুয়োটাকে সোমোৰাই লয়। 4

Prove that for any two ideals A and B of a ring R , $A + B$ is an ideal of R containing both A and B .

(b) Elementary Statistics

(Marks : 35)

5. (a) যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষা এটাৰ নিঃশেষী অৱস্থা বা ঘটনা মানে কি? 1

What are the exhaustive cases or events of a random experiment?

- (b) 1, 2, 3, ..., 19, 20 এনেদৰে নম্বৰ দিয়া 20টা বলৰ পৰা এটা বল যাদৃচ্ছিকভাৱে আনিলে বলটো 2 বা 5 ৰ গুণিতক হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান ?

3

From a set of 20 balls marked 1, 2, 3, ..., 19, 20, one is drawn at random. What is the chance of getting a number which is multiple of 2 or 5?

- (c) এটা মোনাত 8টা ৰঙা আৰু 5টা বগা বল আছে। ঘূৰাই নোথোৱাকৈ প্ৰতিবাৰত 3টাকৈ দুবাৰ বল টনা হ'ল। প্ৰথমবাৰত 3টা বগা আৰু দ্বিতীয়বাৰত 3টা ৰঙা বল পোৱাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা।

3

A bag contains 8 red and 5 white balls. Two successive draws of 3 balls are made without replacement. Find the probability that the first drawing will give 3 white balls and the second 3 red balls.

- (d) এজন মানুহৰ 5টা কথাৰ ভিতৰত 4টা কথাহে সত্য। তেওঁ পাশতি এটা ট্ৰ কৰে আৰু হয় পোৱা বুলি ব্যক্ত কৰে। পাশতিটোত সঁচাকৈয়ে হয় পোৱাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা।

4

A person speaks truth 4 out of 5 times. He tosses a die and reports that there is a six. What is the chance that actually there was a six?

6. তলৰ বিভাজনৰ পৰা চতুৰ্থক বিচলন আৰু চতুৰ্থক বিচলন গুণাংক নিৰ্ণয় কৰা : 5

Calculate quartile deviation and coefficient of quartile deviation for the following data :

ওজন (কেজি) : 30-34 35-39 40-44 45-49 50-54

Weight (kg)

ল'ৰাৰ সংখ্যা : 5 11 26 10 8

No. of boys

নাইবা / Or

50 আৰু 100 আকাৰৰ দুটা প্ৰতিদৰ্শৰ মাধ্য হ'ল ক্ৰমে 54.4 আৰু 50.3 আৰু সিহঁতৰ মানক বিচলন হ'ল 8 আৰু 7. দুয়োটা প্ৰতিদৰ্শ লগলগাই পোৱা 150 আকাৰৰ প্ৰতিদৰ্শটোৰ মাধ্য আৰু মানক বিচলন নিৰ্ণয় কৰা। 5

The means of two samples of sizes 50 and 100 respectively are 54.4 and 50.3 and their standard deviations are 8 and 7. Determine the mean and standard deviation of the sample of size 150 obtained by combining the two samples.

7. (a) এটা প্ৰতিযোগিতাত দুজন বিচাৰকে আঠগৰাকী ছাত্ৰী A, B, C, D, E, F, G আৰু H ক তেওঁলোকৰ কৃতিত্ব অনুসৰি দিয়া ক্ৰম নম্বৰৰ তালিকাখন তলত দিয়া হ'ল। উক্ত তথ্যৰ পৰা কোটি সহস্ৰন্থক গুণাংক উলিওৱা আৰু স্থাৰ বিশ্লেষণ দিয়া : 4

In a contest, two judges ranked eight candidates A, B, C, D, E, F, G and H in order their performance as shown in the following table. Find the rank correlation coefficient from the given data and interpret the result :

		A	B	C	D	E	F	G	H
প্রথম বিচারক	:	5	2	8	1	4	6	3	7
First Judge									
দ্বিতীয় বিচারক	:	4	5	7	3	2	8	1	6
Second Judge									

- (b) তলৰ তথ্যৰ পৰা সমাপ্রয়ণ সমীকৰণ দুটা নিৰ্ণয় কৰা : 3
Find the two regression equations from the following data :

		x	y
সমান্তৰ মাধ্য	:	36	85
Arithmetic mean			
মানক বিচলন	:	11	8
Standard deviation			

x আৰু y ৰ মাজৰ সহসম্বন্ধ সহগ হ'ল 0.66

Correlation coefficient between x and y is 0.66

8. (a) প্রসামান্য বণ্টনৰ বক্র এটাৰ আকৃতি কেনেকুৱা? 1
What is the shape of a curve of normal distribution?

(b) द्विपद सञ्चारिता बर्णनब संख्या दिया । 2
Define Binomial distribution.

(c) यदि एटा कोम्पानीये उ०पादन कबा बिज्जुलीवातिबोब 5% क्रटियुक्त, तेन्ते 100टा बिज्जुलीवाति थका प्रतिदर्श एटात—

(i) 3टा क्रटियुक्त वाति थकाब;

(ii) एटाउ क्रटियुक्त नथकाब ।

सञ्चारिता निर्णय कबा । (दिया आछे $e^{-5} = 0.007$) 5

If 5% of the electric bulbs manufactured by a company are defective, find the probability that in a sample of 100 bulbs—

(i) 3 bulbs will be defective;

(ii) none is defective.

(Given $e^{-5} = 0.007$)

(d) यदि एटा यन्त्रइ 20% क्रटिपूर्ण सामग्री तैयार करे, तेन्ते यादृच्छिक उपायेबे निर्वाचन कबा 4टा बज्जुब खुब बेछि 2टा क्रटिपूर्ण होबाब सञ्चारिता निर्णय कबा । 4

If a machine manufactures 20% defective articles, then find the probability of getting at most two defective articles in a random selection of 4 articles.

GROUP—B

[(a) Discrete Mathematics
(b) Metric Space]

(a) Discrete Mathematics

(Marks : 45)

1. (a) তলৰ উক্তিটোৰ কোনটো অংশ উত্তৰোক্তি ? 1
Which part is consequent of the following statement?
যদি (If) $2 > 3$, তেন্তে (then) $3 > 4$.

- (b) বাক্য সংযোজক পাঁচটা কি কি ? সংযোজকৰ প্ৰতীককেইটা লিখা। 2
What are the five sentential connectives? Write the symbols for the connectives.

- (c) প্ৰতীকাত্মক ৰূপত লিখা : $1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = 3$
Write in symbolic form :

(i) এইটো মিছা যে ঘাঁহ সেউজীয়া নহয়। ('ঘাঁহ সেউজীয়া'ৰ বাবে p)

It is false that grass is not green.
(p for 'grass is green')

(ii) যদি তুমি নিজক গঢ়া, তেন্তে দেশক গঢ়িব পাৰিবা।

('তুমি নিজক গঢ়া'ৰ বাবে p আৰু 'দেশক গঢ়িবা'ৰ বাবে q)

If you build yourself, then you can build the nation. (p for 'you build yourself' and q for 'you can build nation')

(d) প্রমাণ কৰা যে তলৰ উক্তিকেইটা তকীয় সত্য (সত্য ফলনৰ সহায় লৈ) : $2+2=4$

Prove that the following statements are tautology (with the help of truth table) :

(i) $(A \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow B$

(ii) $(\neg B \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow (\neg A)$

2. (a) প্রমাণ কৰা যে $A \models B$ যদি আৰু একমাত্র যদি $\models A \rightarrow B$. 3
 Prove that $A \models B$ if and only if $\models A \rightarrow B$.

(b) প্রমাণ কৰা যে (Prove that), যদি (if)

$$A_1, A_2, \dots, A_m \models B_j \text{ for } j=1, 2, \dots, p$$

আৰু যদি (and if) $B_1, B_2, \dots, B_p \models C$; তেন্তে

(then) $A_1, A_2, \dots, A_m \models C$. 4

(c) তলৰ প্রতীকাত্মক ৰূপত থকা উক্তিবোৰ সাধাৰণ বাক্যত লিখা : $1\frac{1}{2}+1\frac{1}{2}=3$

Translate the following symbolic statements to general statements :

(i) $\exists x (Rx \wedge Qx)$

(ii) $\forall x (Cx \rightarrow \neg Qx)$

য'ত (where)

x : এটা সংখ্যা (a number)

R : বাস্তব সংখ্যার সমষ্টি (set of reals)

Q : পৰিমেয় সংখ্যার সমষ্টি (set of rationals)

C : জটিল সংখ্যার সমষ্টি (set of complex)

3. (a) প'চেটৰ সংজ্ঞা লিখা। 2
Define poset.

(b) হেস্ৰেৰ চিত্ৰ মানে কি? 1
What is Hasse diagram?

(c) প্রমাণ কৰা যে (L, \leq) লেটিচৰ বাবে 3
Prove that for a lattice (L, \leq)
$$a \leq b \Leftrightarrow a \wedge b = a \Leftrightarrow a \vee b = b \forall a, b \in L$$

(d) লেটিচ হ'ম'মর্ফিজিম মানে কি বুজা? প্রমাণ কৰা যে যদি (L_1, \leq_1) আৰু (L_2, \leq_2) লেটিচৰ $f: L_1 \rightarrow L_2$ এটা হ'ম'মর্ফিজিম হয়, তেন্তে

$$a \leq_1 b \Rightarrow f(a) \leq_2 f(b) \forall a, b \in L_1 \quad 2+2=4$$

What do you mean by lattice homomorphism? Prove that if $f: L_1 \rightarrow L_2$ be a lattice homomorphism of lattices (L_1, \leq_1) and (L_2, \leq_2) , then $a \leq_1 b \Rightarrow f(a) \leq_2 f(b) \forall a, b \in L_1$.

নাইবা / Or.

এটা বিভাজক লেটিচের সংজ্ঞা দিয়া। যদি (L, \vee, \wedge) এটা বিভাজক লেটিচ হয়, তেন্তে প্রমাণ কবা যে

$$a \wedge b = a \wedge c \text{ আৰু } a \vee b = a \vee c \Rightarrow b = c \forall a, b, c \in L$$

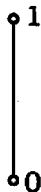
4

Define a distributive lattice. If (L, \vee, \wedge) be a distributive lattice, then prove that

$$a \wedge b = a \wedge c \text{ and } a \vee b = a \vee c \Rightarrow b = c \forall a, b, c \in L$$

4. (a) তলৰ চিত্ৰত দেখুওৱা $B_2 = \{0, 1\}$ এটা বুলিয়ান এলজেব্ৰা হয়নে? 1

Is $B_2 = \{0, 1\}$ with the following diagram a Boolean Algebra?



- (b) চাৰিটা উপাদান থকা বুলিয়ান এলজেব্ৰা আছেনে? যদি আছে, ইয়াৰ হেষ্চ চিত্ৰ অংকন কৰা। 1+3=4

Does there exist a Boolean algebra with 4 elements? If so, draw its Hasse diagram.

- (c) প্রমাণ কৰা যে এটা বুলিয়ান এলজেব্ৰাত 0 আৰু 1 উপাদান দুটা অধিতীয়। 3

Prove that in a Boolean algebra, the elements 0 and 1 are unique.

- (d) বুলিয়ান এলজিব্রাৰ হ'ম'মৰ্ফিজিমৰ সংজ্ঞা দিয়া। 2
Define homomorphism of Boolean algebra.
- (e) বুলিয়ান ফলনৰ ক'ৰ্নট মেপ মানে কি? 2
What is the Karnaugh map of Boolean function?
- (f) $abc + ab\bar{c} + a\bar{b}\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}bc$ ক ইয়াৰ ক'ৰ্নট মেপৰ সহায়ত প্রকাশ কৰা। 3
Represent $abc + ab\bar{c} + a\bar{b}\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}bc$ by its Karnaugh map.

(b) Metric Space

(Marks : 35)

5. (a) বাস্তৱ সংখ্যাৰ সমষ্টি R ত থকা মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰৰ এটা উদাহৰণ দিয়া। 1
Give an example of metric space on the set of real numbers R .
- (b) বন্ধ গোলকৰ সংজ্ঞা দিয়া। 2
Define closed sphere.
- (c) প্রমাণ কৰা যে যদি N_x য়ে $x \in X$ ৰ সকলো সান্নিপ্যৰ সমষ্টি বুজায়, য'ত (X, d) এটা মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰ, তেন্তে 3
$$M, N \in N_x \Rightarrow M \cap N \in N_x$$

Prove that if N_x be the collection of all nbds of $x \in X$, where (X, d) is a metric space, then
$$M, N \in N_x \Rightarrow M \cap N \in N_x$$

(d) যদি (X, d) এটা মেট্রিক স্পেস আৰু $A \subset X$ হয়, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে A সমষ্টিটো থাকাকৈ \bar{A} হৈছে X ৰ সকলোতকৈ সৰু বন্ধ উপসমষ্টি।

4

If (X, d) be a metric space and $A \subset X$, then prove that \bar{A} is the smallest closed subset of X containing A .

(e) যদি (X, d) মেট্রিক স্পেসৰ (Y, d_y) এটা উপস্পেস হয় আৰু $A \subset Y$ হয়, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে $x \in Y$ এটা Y ত থকা A ৰ সীমা বিন্দু হ'ব যদি আৰু একমাত্ৰ যদি x এটা X ত থকা A ৰ সীমা বিন্দু হয়।

5

If (Y, d_y) be a subspace of a metric space (X, d) and $A \subset Y$, then prove that $x \in Y$ is a limit point of A in Y if and only if x is a limit point of A in X .

নাইবা / Or

প্রমাণ কৰা যে মেট্রিক স্পেসত প্ৰত্যেক বন্ধ গোলক এটা বন্ধ সমষ্টি।

5

Prove that in a metric space, each closed sphere is a closed set.

6. (a) এটা অভিসৰী অনুক্রম মানে কি?

2

What is a convergent sequence?

(b) প্রমাণ কৰা যে এটা মেট্রিক স্পেসত প্ৰত্যেক অভিসৰী অনুক্রম পৰিসীমিত।

5

Prove that in a metric space every convergent sequence is bounded.

নাইবা / Or

যদি (X, d) মেট্রিক স্পেসত $\{x_n\}$ এটা ক'ছি অনুক্রম হয়, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে $\{x_n\}$ অভিসাৰী হয় যদি আৰু একমাত্ৰ যদি ইয়াৰ এটা অভিসাৰী উপঅনুক্ৰম থাকে। 5

If $\{x_n\}$ be a Cauchy sequence in a metric space (X, d) , then prove that $\{x_n\}$ is convergent if and only if it has a convergent subsequence.

(c) প্রমাণ কৰা যে জটিল মেট্রিক স্পেস C এটা সম্পূৰ্ণ মেট্রিক স্পেস। 5

Prove that the complex metric space C is a complete metric space.

7. (a) (X, d) মেট্রিক স্পেসত এটা অনবচ্ছিন্ন ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া। 2

Define a continuous function on a metric space (X, d) .

(b) হ'মিঅ'মৰ্ফিজিমৰ সংজ্ঞা দিয়া। 2

Define homeomorphism.

(c) যদি (X, d) আৰু (Y, p) মেট্রিক স্পেসত $f: X \rightarrow Y$ এটা ফলন হয়, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে f ফলনটো অনবচ্ছিন্ন হ'ব যদি আৰু একমাত্ৰ যদি X ৰ প্ৰত্যেক উপসমষ্টি A ৰ বাবে $f(\overline{A}) \subset \overline{f(A)}$ হয়। 4

If (X, d) and (Y, p) be metric spaces and $f: X \rightarrow Y$ be a function, then prove that f is continuous if and only if $f(\overline{A}) \subset \overline{f(A)}$ for every subset A of X .
