

2014

( May )

MATHEMATICS

( General )

Course : 601

Full Marks : 80

Pass Marks : 32

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks  
for the questions*

GROUP—A

[ (a) Abstract Algebra

(b) Elementary Statistics ]

(a) Abstract Algebra

( Marks : 45 )

1. (a)  $X$  সমষ্টিত দ্বিচৰ প্ৰক্ৰিয়াৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define binary composition on a set  $X$ .

(b) চক্ৰীয় গ্ৰুপ মানে কি বুজা? 1

What do you mean by cyclic group?

- (c) যদি এটা সমষ্টি  $S = \{1, 2, 3, 4\}$  ব চক্রীয় বিন্যাস  $f$  ক (132) বে বুজাই, তেনেহ'লে  $f$  ব ঘাত কিমান? 1

If (132) denotes the cyclic permutation  $f$  of a set  $S = \{1, 2, 3, 4\}$ , then what is the length of  $f$ ?

- (d)  $A_4$  (অল্টাৰনেটিং গ্রুপ) ব এনেকুৱা কোনো উপগ্রুপ নাই যাব কোটি ছয়। সত্যনে? 1

Is it true that  $A_4$  (alternating group) has no subgroup of order six?

2. যদি  $G$  গ্রুপব  $H$  এটা অশূন্য উপসমষ্টি হয়, তেনেহ'লে প্রমাণ কৰা যে  $H$  এটা  $G$  ব উপগ্রুপ হ'ব যদি আৰু একমাত্ৰ যদি প্রত্যেক  $a, b \in H$  ব কাৰণে  $ab \in H$  হয়। 4

If  $H$  is a finite non-void subset of a group  $G$ , then prove that  $H$  is a subgroup of  $G$  if and only if  $ab \in H$  for all  $a, b \in H$ .

3. প্রমাণ কৰা যে এটা সসীম গ্রুপ  $G$  ব প্রতিটো অভিলম্ব উপগ্রুপ  $N$  ব বাবে  $O(G/N) = O(G)/O(N)$ . 2

For each normal subgroup  $N$  of a finite group  $G$ , prove that  $O(G/N) = O(G)/O(N)$ .

অথবা / Or

যদি  $G$  আৰু  $G'$  দুটা গ্রুপ হয়,  $e$  আৰু  $e'$  ইহঁতৰ অভেদ পদ হয়, আৰু  $f$ ,  $G$  ব পৰা  $G'$  ব ভিতৰলৈ হোৱা হ'ম'মৰ্ফিজিম হয়, তেন্তে প্রমাণ কৰা যে  $f(e) = e'$ .

If  $G$  and  $G'$  are two groups,  $e$  and  $e'$  their respective identities, and  $f$  is a homomorphism of  $G$  into  $G'$ , then prove that  $f(e) = e'$ .

4. যদি  $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $f = (132)$  আৰু  $g = (45)$ , তেনেহ'লে দেখুওৱা যে  $f$  আৰু  $g$  চক্ৰ দুটা অসংলগ্ন। 2

If  $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $f = (132)$  and  $g = (45)$ , then show that  $f$  and  $g$  are disjoint permutations.

5. সসীম গ্ৰুপৰ লাগ্ৰেঞ্জৰ সূত্ৰটো লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা। 1+5=6

State and prove Lagrange theorem for finite group.

6. প্ৰমাণ কৰা যে  $n$  কোটিৰ এটা গ্ৰুপ চক্ৰীয় গ্ৰুপ হ'ব যদি আৰু একমাত্ৰ যদি ইয়াত এটা উপাদান থাকে যাৰ কোটি  $n$  হয়। 5

Prove that a group of order  $n$  is cyclic if and only if it has an element of order  $n$ .

অথবা / Or

এটা গ্ৰুপৰ অভিলম্ব উপগ্ৰুপ মানে কি বুজা? প্ৰমাণ কৰা যে  $H$ ,  $G$  ৰ অভিলম্ব উপগ্ৰুপ হ'ব যদি আৰু একমাত্ৰ যদি প্ৰত্যেক  $g \in G$  আৰু প্ৰত্যেক  $h \in H$  ৰ কাৰণে  $g^{-1}hg \in H$  হয়।

What do you mean by a normal subgroup of a group? Prove that a subgroup  $H$  of a group  $G$  is normal if and only if  $g^{-1}hg \in H$  for every  $h \in H, g \in G$ .

7. যদি  $f$ ,  $G$  ব পৰা  $G'$  ব ওপৰত হ'ম'মৰ্ফিজিম হয় আৰু  $H = \ker f$ ,  $G'$  ব অভিলম্ব উপগ্রুপ  $K'$  হয়,  $K = \{x \in G : f(x) \in K'\} = f^{-1}(K')$ , তেনেহ'লে দেখুওৱা যে  $H$  অন্তৰ্ভুক্ত হৈ থকা  $K$  সমষ্টিটো  $G$  ব এটা অভিলম্ব উপগ্রুপ হয় আৰু  $G/K \cong G'/K'$ .

6

If  $f$  is a homomorphism of  $G$  onto  $G'$  and  $H = \ker f$ ,  $K'$  any normal subgroup of  $G'$  and  $K = \{x \in G : f(x) \in K'\} = f^{-1}(K')$ , then show that  $K$  is normal subgroup of  $G$  containing  $H$  and  $G/K \cong G'/K'$ .

8. প্রমাণ কৰা যে প্ৰত্যেক গ্রুপ এটা বিন্যাস গ্রুপৰ আইছ'মৰ্ফিক হয়।

6

Prove that every group is isomorphic to a permutation group.

অথবা / Or

প্রমাণ কৰা যে  $G$  গ্রুপৰ সকলো অট'মৰ্ফিজিমৰ সমষ্টি  $A(G)$  নিজেই কপালুৰ প্ৰক্ৰিয়াৰ কাৰণে এটা গ্রুপ।

Prove that the set  $A(G)$  of all automorphisms of a group  $G$  is a group under the resultant composition.

9. প্রমাণ কৰা যে অশূন্য সসীম অনুকল প্ৰভাৱক্ষেত্ৰ এটা ক্ষেত্ৰ।

5

Prove that finite non-zero integral domain is a field.

( 5 )

অথবা / Or

যদি একক পদ থকা বিং  $R$  ৰ যি কোনো দুটা পদ  $x$  আৰু  $y$  ৰ বাবে  $(xy)^2 = x^2y^2$  হয়, তেনেহ'লে প্রমাণ কৰা যে  $R$  এটা ক্রমবিনিময় বিং।

If in a ring  $R$  with unity,  $(xy)^2 = x^2y^2$  for all  $x, y \in R$ , then prove that  $R$  is commutative.

10. যদি একক পদ থকা  $R$  বিঙৰ একমাত্র সোঁদিশৰ আইডিয়েল  $R$  আৰু  $\{0\}$  হয়, তেনেহ'লে দেখুওৱা যে  $R$  এটা হৰণ বিং। 5

If  $R$  is a ring with unity and has no right ideals except  $R$  and  $\{0\}$ , then show that  $R$  is a division ring.

### (b) Elementary Statistics

( Marks : 35 )

11. (a) যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষা এটাৰ মুঠ সম্ভাৱ্য ফলাফলক কি বোলে? 1

What is the term used for the total number of possible outcomes of a random experiment?

- (b) যেতিয়া তিনিটা মুদ্ৰা ওপৰলৈ নিক্ষেপ কৰা হয়, তেতিয়া প্রতিদর্শ দিক কি হয়? 1

What is the sample space when three coins are tossed?

( 6 )

(c) সত্যাসত্য বিচার কৰা :  $CV = 100 \times \frac{\bar{x}}{\sigma}$ , য'ত  
 $\bar{x}$  = মাধ্য,  $\sigma$  = মানক বিচলন আৰু  $CV$  = বিচৰণ  
গুণাংক।

1

State true or false :  $CV = 100 \times \frac{\bar{x}}{\sigma}$ , where  
 $\bar{x}$  = mean,  $\sigma$  = SD and  $CV$  = coefficient of  
variation.

(d)  $\mu$  মাধ্যৰে সৈতে প্ৰসামান্য বক্ৰ এটাৰ আকৃতি কেনেকুৱা ?

1

What is the shape of normal probability  
curve with mean  $\mu$ ?

12.  $n$  জন মানুহৰ কমেও দুজনৰ জন্মদিন একেদিনাই হোৱাৰ সম্ভাৱিতা  
কিমান? এবছৰত 365 দিন ধৰি সকলো দিনকে সম-সম্ভাৱ্য  
অৱস্থা ধৰা।

4

What is the probability that at least two out  
of  $n$  people have the same birthday? Assume  
365 days in a year and that all days are  
equally likely.

অথবা / Or

এখন মহানগৰত  $A$ ,  $B$ ,  $C$  তিনিখন বাতৰি কাকত প্ৰকাশ  
পায়। প্ৰাপ্তবয়স্ক লোকসকলৰ ওপৰত কৰা সমীক্ষা মতে  
20% তে  $A$  কাকত, 16% তে  $B$ , 14% তে  $C$ , 8% তে  
 $A$  আৰু  $B$  দুয়োখন, 5% তে  $A$  আৰু  $C$  দুয়োখন, 4% তে  
 $B$  আৰু  $C$ , 2% তিনিওখন কাকত পঢ়ে। কিমান শতাংশ  
মানুহে কমেও এখন কাকত পঢ়ে?

Three newspapers A, B and C are published in a city. It is estimated from survey that of the adult population : 20% read A, 16% read B, 14% read C, 8% read both A and B, 5% read both A and C, 4% read both B and C, 2% read all three. Find what percentage read at least one of the papers.

13. দুটা প্ৰতিদৰ্শৰ প্ৰথমটোত মাধ্য 15 আৰু মানক বিচলন 3 ৰে সৈতে 100 টা বস্তু আছে। যদি গোট্টেই সমষ্টিটোত মাধ্য 15.6 আৰু মানক বিচলন  $\sqrt{13.44}$  ৰে সৈতে 250 টা বস্তু থাকে, তেন্তে দ্বিতীয় সমষ্টিটোৰ মানক বিচলন উলিওৱা।

4

The first of two samples has 100 items with mean 15 and standard deviation 3. If the whole group has 250 items with mean 15.6 and standard deviation  $\sqrt{13.44}$ , then find the standard deviation of the second group.

14. X আৰু Y য়ে এটা গাণিতিক সমস্যা শুদ্ধভাৱে সমাধান কৰিব পৰা সম্ভাৱিতা ক্ৰমে  $\frac{1}{6}$  আৰু  $\frac{1}{8}$ । যদি তেওঁলোকৰ উমৈহতীয়া তুল কৰাৰ সম্ভাৱিতা  $\frac{1}{525}$  হয় আৰু উত্তৰ দুয়োৰে একে হয়, তেন্তে উত্তৰটো শুদ্ধ হোৱাৰ সম্ভাৱিতা উলিওৱা।

5

The chances of solving a mathematical problem correctly by X and Y are  $\frac{1}{6}$  and  $\frac{1}{8}$  respectively. If the probability of their making

a common error is  $\frac{1}{525}$  and they obtain the same answer, then find the probability that their answer is correct.

15. প্রমাণ কৰা যে চলৰাশিৰ মূল আৰু নিৰ্দিষ্ট পৰিবৰ্তনত সহসম্বন্ধ গুণাংক স্বতন্ত্ৰ।

7

Prove that correlation coefficient is independent of the change of origin and scale.

অথবা / Or

তলত দিয়া তথ্যৰ পৰা সমাশ্ৰয়ণ ৰেখা দুডাল নিৰ্ণয় কৰা।  
তদুপৰি  $Y = 70$  হ'লে  $X$  ৰ মান ঠিৰাং কৰা :

Obtain the equations of two lines of regression for the following data. Also obtain the estimate of  $X$  for  $Y = 70$  :

$X$	:	65	66	67	67	68	69	70	72
$Y$	:	67	68	65	68	72	72	69	71

16. দ্বিপদ সম্ভাৱিতা বণ্টনৰ কৃতকাৰ্য আৰু অকৃতকাৰ্য মানে কি বুজা?  
 $X$  আৰু  $Y$  য়ে খেলা এটা খেলত সিহঁতৰ জিকাৰ সম্ভাৱিতাৰ অনুপাত 3 : 2. তেন্তে পাঁচখন খেলৰ ভিতৰত অতি কমেও তিনিখন খেলত  $A$  য়ে জিকাৰ সম্ভাৱিতা উলিওৱা।  $1+5=6$

What do you mean by success and failure in a binomial probability distribution?  $X$  and  $Y$  play a game in which their chances of winning are in the ratio 3 : 2. Find  $A$ 's chance of winning at least three games out of five games played.



17. পয়চন সম্ভাৰিতা বৰ্ণনৰ সংজ্ঞা দিয়া। ছটা মুদ্রা 6400 বাৰ ওপৰলৈ নিক্ষেপ কৰা হ'ল। পয়চন বৰ্ণন ব্যৱহাৰ কৰি  $r$  বাৰ ছটা মুণ্ড পোৱাৰ সম্ভাৰিতা উলিওৱা।

5

Define Poisson probability distribution. Six coins are tossed 6400 times. Using Poisson distribution, find the probability of getting six heads  $r$  times.

অথবা / Or

$X$  প্রসামান্যভাৱে বিভাজিত আৰু ইয়াৰ মাধ্য 12 আৰু মানক বিচলন 4. তেন্তে  $X \geq 20$ ,  $X \leq 20$  আৰু  $0 \leq X \leq 12$  ৰ সম্ভাৰিতা উলিওৱা।

$X$  is normally distributed and mean of  $X$  is 12 and SD is 4. Find out the probability of  $X \geq 20$ ,  $X \leq 20$  and  $0 \leq X \leq 12$ .

GROUP—B

[ (a) Discrete Mathematics

(b) Metric Space ]

(a) Discrete Mathematics

( Marks : 45 )

1. তলৰ প্রশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

1×5=5

Answer the following questions :

(a) তলত উল্লেখ কৰা উক্তিটোৰ সত্যতা নিৰূপণ কৰা :

“যদি 3 এটা যুগ্ম সংখ্যা হয়, তেন্তে 7 অযুগ্ম।”

Determine the truth value of the following statement :

“If 3 is even, then 7 is odd.”

(b) ‘চেইন’ৰ এটা উদাহৰণ দিয়া।

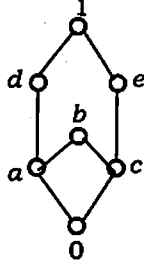
Give one example of a chain.

(c)  $n$  টা চলক থকা ‘Karnaugh map’ ত কেইটা কোষ থাকিব?

How many cells are there in a ‘Karnaugh map’ for  $n$  variables?

- (d) তলত দিয়া 'lattice' ত  $b$  আৰু  $d$  ৰ সৰ্ববৃহৎ নিম্নসীমা কি?

What is the greatest lower bound of  $b$  and  $d$  in the lattice given below?



- (e) শুদ্ধ অথবা অশুদ্ধ লিখা :

“প্ৰস্তাব  $p$  ৰ এটা যুক্তিসিদ্ধ সিদ্ধান্ত  $q$  যদি আৰু যদিহে  $p \rightarrow q$  এটা tautology হয়।”

State True or False :

“ $q$  is a valid conclusion of the premise  $p$  if and only if  $p \rightarrow q$  is a tautology.”

2. তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

Answer the following questions :

- (a) উপযুক্ত প্ৰতীকৰ সহায়ত তলৰ উক্তিটো প্ৰতীকীকৰণত লিখা :

2

“আজি বৰষুণ দিছে আৰু খুব ঠাণ্ডা কিন্তু বন্ধাৰ দিন নহয়” য’ত

$p$  : ‘আজি বন্ধাৰ দিন’

$q$  : ‘আজি বৰষুণ দি আছে’

$r$  : ‘আজি খুব ঠাণ্ডা দিন’

Write the following statement in symbolic form using suitable symbols :  
 "It is raining and very cold today but not a holiday" where

$p$  : 'Today is a holiday'

$q$  : 'It is raining today'

$r$  : 'It is very cold today'

- (b) যদি  $P(x, y)$  য়ে ' $x, y$  তকৈ বয়সত সৰু' নিৰ্দেশ কৰে, তেন্তে  $\forall x \exists y P(x, y)$  ক স্বাভাৱিক ভাষাত প্ৰকাশ কৰা।

2

Let  $P(x, y)$  denote ' $x$  is younger than  $y$ '. Express  $\forall x \exists y P(x, y)$  in natural language.

- (c) শৰ্তসাপেক্ষ প্ৰমাণৰ নিয়ম লিখা।

2

Write the rule of conditional proof.

- (d) তলৰ উক্তিটোৰ দ্বৈত উক্তিটো লিখা :

2

Write the dual statement of the following :

$$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$$

য'ত  $a, b, c$  এটা লেটিচ  $L$  ত আছে।

where  $a, b, c$  are in a lattice  $L$ .

- (e) তলৰ উক্তিৰ 'converse' আৰু 'contrapositive' উক্তিবোৰ লিখা :

3

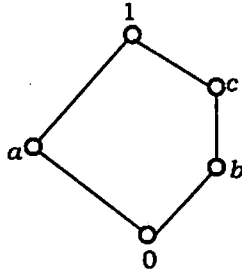
"যদি মিঃ লোহিয়া এজন ব্যৱসায়ী, তেন্তে তেঁও এজন ধনী মানুহ।"

Write the converse and the contra-positive of the following statement :

"If Mr. Lohia is a businessman, then he is rich."

- (f) দেখুওৱা যে তলত দিয়া 'Hasse diagram' থকা লেটিচটো পূৰক লেটিচ কিন্তু বিভাজক নহয় :  $2+1=3$

Show that the lattice with the following 'Hasse diagram' is complemented but not a distributive lattice :



3. তলৰ প্রশ্নবোৰৰ যি কোনো চাৰিটাৰ উত্তৰ দিয়া :  $4 \times 4 = 16$

Answer any four of the following questions :

- (a)  $p \vee \neg(p \wedge q)$  'টটোলজি' হ'য়নে নিকপণ কৰা।

Verify that the proposition  $p \vee \neg(p \wedge q)$  is a tautology.

- (b) প্রমাণ কৰা এটা লেটিচ  $(L, \leq)$ , যি কোনো  $a, b \in L$  ৰ বাবে

Prove that in any lattice  $(L, \leq)$ , for any  $a, b \in L$

$$a \leq b \Leftrightarrow a \wedge b = a$$

- (c) লেটিচ  $(D_{30}, |)$  ৰ Hasse diagram অঙ্কন কৰা, য'ত  $D_{30}$ , 30 ৰ ধনাত্মক উৎপাদকবোৰৰ সংহতি আৰু '| ' বিভাজ্যতা নিৰ্দেশ কৰিছে।

Draw the Hasse diagram of the lattice  $(D_{30}, |)$  where  $D_{30}$  is the set of all positive divisors of 30 and '| ' represents the relation of divisibility defined on  $D_{30}$ .

- (d) প্রমাণ কৰা যে যি কোনো  $a, b$  ৰ বাবে এটা 'বুলিয়ান এলজেব্রা'  $B$  ত  $(a + b)' = a' \cdot b'$ , য'ত  $a'$  আৰু  $b'$  যথাক্রমে  $a$  আৰু  $b$  ৰ পূৰ্বক।

For all  $a, b$  in a Boolean algebra  $B$ , prove that  $(a + b)' = a' \cdot b'$ , where  $a'$  and  $b'$  represent complements of  $a$  and  $b$  respectively in  $B$ .

- (e) তলত দিয়া 'বুলিয়ান' বাশিৰ পূৰণফলৰ সমষ্টি 'কেন'নিকেল' ৰূপত প্রকাশ কৰা :

Obtain the sum-of-products canonical form of the Boolean expression of the following :

$$(x_1 + x_2) \cdot x_3$$

4. তলত দিয়া প্রশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

Answer the following questions :

(a) তলৰ প্ৰস্তাবকেইটাৰ পৰা  $\neg q$  ব যুক্তিসূক্ততা পৰীক্ষা কৰা :

5

Check the validity of  $\neg q$  from the following premises :

$$(p \vee q) \rightarrow r; r \rightarrow s, \neg s$$

(b) 'বুলিয়ান চাবএলজেব্ৰা' বুলিলে কি বুজা? যদি  $B$  এটা 'বুলিয়ান এলজেব্ৰা' হয় আৰু  $a \in B$ , তেন্তে দেখুওৱা যে  $S = \{0, a, a', 1\}$ ,  $B$  ৰ এটা 'চাবএলজেব্ৰা'।

5

What do you mean by Boolean sub-algebra? If  $B$  is a Boolean algebra and  $a \in B$ , then show that  $S = \{0, a, a', 1\}$  is a Boolean subalgebra of  $B$ .

### (b) Metric Space

( Marks : 35 )

5. 'শুদ্ধ' অথবা 'অশুদ্ধ' লিখা :

1×3=3

State either True or False :

(a) যি কোনো অনাবিহিত সংহতিক উপযুক্ত 'মেট্ৰিক'ৰ সৈতে সংজ্ঞাবদ্ধ কৰি 'মেট্ৰিক স্পেচ' ৰূপে গণ্য কৰিব পাৰি।

Any non-empty set can be regarded as a metric space by defining suitable metric on it.

(b)  $A$  এটা মুক্ত সংহতি (open set), যদি আৰু যদিহে  $A = \text{ইণ্টেৰিয়ৰ } (A)$ .

$A$  is open set if and only if  $A = \text{int}(A)$ .

(c) বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি এটা সম্পূৰ্ণ মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰ নহয়।

The real line is not a complete metric space.

6. প্রমাণ কৰা  $d: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  য'ত  $d(x, y) = |x - y|$ ,  $\forall x, y \in \mathbb{R}$ ,  $\mathbb{R}$  ত এটা 'মেট্ৰিক'।

4

Prove that  $d: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  defined by  $d(x, y) = |x - y|$ ,  $\forall x, y \in \mathbb{R}$  is a metric on  $\mathbb{R}$ .

7. যদি  $d$  বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি  $\mathbb{R}$  ত 'ইউক্লিডিয়াল মেট্ৰিক' হয় আৰু  $A = [0, 2[ \subset \mathbb{R}$ , তেন্তে 2 ৰ পৰা  $A$  ৰ দূৰত্ব আৰু  $A$  ৰ ব্যাস নিৰ্ণয় কৰা।

$1\frac{1}{2} \times 2 = 3$

Let  $d$  be the usual metric on the set of reals  $\mathbb{R}$  and  $A = [0, 2[ \subset \mathbb{R}$ . Find the distance of  $A$  from the point 2 and the diameter of  $A$ .



8. যি কোনো মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰত মুক্ত সংহতিৰ (open set) সংজ্ঞা দিয়া। 'ইউক্লিয়ান মেট্ৰিক'ৰ সৈতে বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি  $\mathbb{R}$  ত,  $A = [0, 1)$  উপসংহতিটো মুক্ত হয়নে? তোমাৰ উত্তৰৰ যুক্তি দৰ্শোৱা। 1,  $A$ 'ৰ এটা সীমা বিন্দু হ'বনে?  $2+1+2+1=6$

Define an open subset of any metric space. Is the subset  $A = [0, 1)$  an open subset of the metric space  $\mathbb{R}$  with usual metric? Give reasons for your answer. Can 1 be a limit point of  $A$ ?

9. প্ৰমাণ কৰা যে যি কোনো মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰত এটা অভিসাৰী অনুক্ৰম  $\{x_n\}$  এটা 'কাউচি' অনুক্ৰম হ'ব। ইয়াৰ বিপৰীত প্ৰতিপাদা সত্যনে?  $3+1=4$

Prove that every convergent sequence  $\{x_n\}$  in any metric space is a Cauchy sequence. Is the converse true?

10.  $(X, d_1)$  আৰু  $(Y, d_2)$  দুটা মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰ আৰু  $f: X \rightarrow Y$ . কেতিয়া  $f$ — 3

- (a)  $x_0 \in X$ ,  $x_0$ 'ত অনবিচ্ছিন্ন হ'ব;  
 (b) অনবিচ্ছিন্ন ফলন হ'ব;  
 (c) সমৰূপভাৱে অনবিচ্ছিন্ন হ'ব?

Let  $(X, d_1)$  and  $(Y, d_2)$  be two metric spaces and  $f: X \rightarrow Y$ . When  $f$  is said to be—

- (a) continuous at a point  $x_0 \in X$ ;  
 (b) continuous mapping;  
 (c) uniformly continuous?

অথবা / Or

দেখুওৱা যে বাস্তৱ ফলন  $f$  য'ত  $f(x) = 2x$  সমকপভাৱে  
অনবিচ্ছিন্ন।

Show that the real function  $f$  defined on  $\mathbb{R}$  by  
 $f(x) = 2x$  is uniformly continuous.

11.  $X$  আৰু  $Y$  দু'টা মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰ আৰু  $f : X \rightarrow Y$  এটা অনবিচ্ছিন্ন  
ফলন হ'লে প্ৰমাণ কৰা যে  $f^{-1}(G)$ ,  $X$  ত মুক্ত হ'ব, যেতিয়া  $G$ ,  
 $Y$  ত মুক্ত।

5

Let  $X$  and  $Y$  be metric spaces and  $f : X \rightarrow Y$   
be a continuous mapping. Then prove that  
 $f^{-1}(G)$  is open in  $X$  whenever  $G$  is open in  $Y$ .

12. ধৰা  $A = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$ , তেন্তে  $A \subset \mathbb{R}$ ,  $\mathbb{R}$  'ইউক্লিয়ান

মেট্ৰিক'ৰ সৈতে থকা মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰ। 'ক্লোজাৰ'  $A$ , 'ইণ্টেৰিয়ৰ'  
 $A$  আৰু 'ডিৰাইভিভ্‌ড সেট'  $A$  নিৰ্ণয় কৰা।  $A$  এটা  $\mathbb{R}$  ৰ 'ডেন্‌চ  
চাবসেট' হয় নে নহয় নিৰ্ণয় কৰা।

$2+2+2+1=7$

Let  $A = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$ , then  $A \subset \mathbb{R}$ , the metric  
space  $\mathbb{R}$  with usual metric. Find closure of  $A$ ,  
interior of  $A$  and derived set of  $A$ . Verify  
whether  $A$  is a dense subset of  $\mathbb{R}$ .

অথবা / Or

এটা মেট্রিক স্পেসের 'ক্লোজড সেট'র সংজ্ঞা দিয়া। প্রমাণ কবা যে যি কোনো মেট্রিক স্পেসত এটা উপসংহতি 'ক্লোজড'  $\Leftrightarrow$  ইয়ার পূৰক সংহতি এটা 'ওপেন' সংহতি।  $2+5=7$

Define a closed set in a metric space. Prove that in any metric space, a subset is closed  $\Leftrightarrow$  its complement is open.

\*\*\*