Total No. of Printed Pages—19

1 SEM TDC STS G 1 (N/O)

2021

(March)

STATISTICS

(General)

Course : 101

(Descriptive Statistics)

The figures in the margin indicate full marks for the questions

(New Course)

Full Marks : 48
Pass Marks : 14

Time : 2 hours

1. তলৰ বিকল্পসমূহৰ পৰা প্ৰতিটো প্ৰশ্নৰ শুদ্ধ উত্তৰটো বাচি উলিওৱা : 1×5=5

Find out the correct answer from the following alternatives in each question :

(a) সমষ্টি এটাৰ যিটো উপগোটৰ অধ্যয়ন কৰা হয়, তাক কোৱা হয়

A subgroup of a population that is to be studied is called

(i) প্ৰতিদৰ্শ/sample

(ii) তথ্য/data

(iii) প্ৰতিদৰ্শজ/statistic

(iv) ওপৰৰ আটাইকেইটা/All of the above

(b) যদি $\beta_2 < 3$ হয়, তেনেহ'লে যাদৃচ্ছিক চলকৰ বণ্টনটো হয়

If $\beta_2 < 3$, then the distribution of the random variable is

(i) মেচ'কাৰ্টিক

mesokurtic

(ii) লেপ্ট'কাৰ্টিক

leptokurtic

(iii) প্লেটিকাৰ্টিক

platykurtic

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(c) ধনাত্মক অপ্ৰতিসাম্য অনুসৰি মাধ্য হৈছে

Positive skewness implies that mean is

(i) বহুলকতকৈ ডাঙৰ

greater than mode

(ii) বহুলকতকৈ সৰু

less than mode

(iii) বহুলকৰ সমান

equal to mode

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(d) যদি সমাশ্ৰয়ণ গুণাংক দুটা b_1 আৰু b_2 হয়, তেতিয়া সহসম্বন্ধ গুণাংক হ'ব

If the two regression coefficients are b_1 and b_2, then the correlation coefficient is

(i) b_1 / b_2

(ii) b_2 / b_1

(iii) $b_1 b_2$

(iv) $\pm\sqrt{b_1 b_2}$

(e) এটা স্বতন্ত্ৰ শ্ৰেণী বাৰংবাৰতা সংহতিৰ সংগতিৰ চৰ্ত অনুসৰি কোনো চূড়ান্ত শ্ৰেণী বাৰংবাৰতা ঋণাত্মক হ'ব নোৱাৰে।

The condition for the consistency of a set of independent class frequencies is that no ultimate class frequency is negative.

(i) শুদ্ধ

True

(ii) আংশিকভাৱে শুদ্ধ

Partially true

(iii) অশুদ্ধ

False

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

2. তলত দিয়াবোৰৰ উত্তৰ দিয়া : 2×4=8

Answer the following :

(a) বিচ্ছিন্ন আৰু অবিচ্ছিন্ন তথ্যৰ সংজ্ঞা লিখা।

Define discrete and continuous data.

(b) n_1 সংখ্যাৰ মাধ্য m_1 আৰু (n_1+n_2) সংখ্যাৰ মাধ্য m. দেখুউৱা যে, n_2 সংখ্যাৰ মাধ্য $m+\frac{n_1}{n_2}(m-m_1)$ হয়।

The mean of n_1 numbers is m_1 and the mean of (n_1+n_2) numbers is m. Show that, the mean of n_2 numbers is $m+\frac{n_1}{n_2}(m-m_1)$.

(c) $y_i = a+bx_i$, $i=1, 2, \cdots, n$ হ'লে দেখুউৱা যে, তথ্য সংহতি (x_i, y_i), $i=1, 2, \cdots, n$ৰ প্ৰতিদৰ্শ সহসম্বন্ধ গুণাংক r তলত দিয়াধৰণে হয়—*(i)* $r=1$, যদি $b>0$ আৰু *(ii)* $r=-1$, যদি $b<0$. ইয়াত a আৰু b ধ্ৰুৱক।

If $y_i = a+bx_i$, $i=1, 2, \cdots, n$, then show that the sample correlation coefficient r of the data set (x_i, y_i), $i=1, 2, \cdots, n$ is given by *(i)* $r=1$, if $b>0$ and *(ii)* $r=-1$, if $b<0$. Here a and b are constants.

(d) দুটা গুণ কেতিয়া ধনাত্মক সহযোগী আৰু ঋণাত্মক সহযোগী হয়?

When are two attributes said to be positively associated and negatively associated?

3. *(a)* পৰিসাংখ্যিকীয় তথ্য উপস্থাপনৰ প্ৰধান উপায়কেইটা কি কি? প্ৰত্যেকৰে চমু বৰ্ণনা দিয়া। পৰিসাংখ্যিকীয় তথ্যৰ বৰ্গীকৰণ আৰু সাৰণীয়নৰ মাজত পাৰ্থক্য দেখুওৱা। 6+3=9

What are the broadways of presentation of statistical data? Explain each of them in brief. Distinguish between classification and tabulation of statistical data.

অথবা / Or

(b) কোনো এটা কাৰখানাৰ 200 জন কৰ্মচাৰীৰ সাপ্তাহিক বানচ (টকাত) তলৰ সাৰণীখনত দিয়া আছে। সাৰণীখনৰ তথ্যৰ ভিত্তিত 'তাতকৈ বেছি' আৰু 'তাতকৈ কম' সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা বণ্টন এখন প্ৰস্তুত কৰা আৰু তাৰ পৰা অগিভ দুটা অংকন কৰা। 200 বা তাতকৈ কম টকা উপাৰ্জন কৰা কৰ্মচাৰীৰ শতকৰা হিচাপ নিৰ্ণয় কৰা : 2+2+3+2=9

The table below gives the weekly wages (in ₹) of 200 employees of a factory. Construct the cumulative frequency distribution of 'more than' and 'less than'

of the given data and draw the ogives thereof. Estimate the percentage of employees who have wages less than or equal to ₹ 200 :

সাপ্তাহিক বানচ (টকা) *Weekly wages* (in ₹)	কৰ্মচাৰীৰ সংখ্যা *Number of employees*
150–170	10
170–190	24
190–210	36
210–230	58
230–250	45
250–270	15
270–290	12

4. যি কোনো এটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া : 10

Answer any *one* question :

(a) *(i)* যি কোনো বাৰংবাৰতা বণ্টনৰ কাৰণে দেখুঁউৱা যে—কুকুদ বক্ৰতা একতকৈ ডাঙৰ হয় আৰু অপ্ৰতিসাম্য গুণাংক একতকৈ সৰু হয়। 6

Show that for any frequency distribution—kurtosis is greater than unity and the coefficient of skewness is less than unity.

(ii) যদি প্ৰথম চতুৰ্থকৰ মান 142 আৰু অৰ্ধ-অন্তৰ চতুৰ্থক পৰিসৰ 18 হয়, তেনেহ'লে তৃতীয় চতুৰ্থকৰ মান কিমান হ'ব? 2

If the first quartile is 142 and the semi-interquartile range is 18, then what is the third quartile?

(iii) প্ৰসৰণ গুণাংক 40 আৰু সমান্তৰীয় মাধ্য 30 হ'লে মানক বিচলনৰ মান উলিওৱা। 2

If the coefficient of variation is 40 and the arithmetic mean is 30, find the standard deviation.

(b) বণ্টন এটাৰ কেন্দ্ৰীয় প্ৰৱণতা বুলিলে কি বুজা? কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ মাপবোৰ উল্লেখ কৰা। কোনবোৰ অভিগণনীয় আৰু কোনবোৰ স্থানীয়, উল্লেখ কৰা। আদৰ্শ কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ লিখা। 3+2+2+3=10

What do you mean by central tendency of a distribution? Mention the measures of central tendencies. Mention which are computational and which are positional. Write down the characteristics of an ideal measure of central tendency.

(c) মানক বিচলন, আপেক্ষিক বিক্ষেপণ আৰু বিচৰণ গুণাংকৰ সংজ্ঞা দিয়া। প্ৰমাণ কৰা যে, যি কোনো বিবিক্ত বণ্টনৰ কাৰণে মানক বিচলন, সমান্তৰীয় মাধ্য সাপেক্ষ গড় বিচলনতকৈ সৰু নহয়। 2+2+2+4=10

Define standard deviation, relative dispersion and coefficient of variation. Prove that, for any discrete distribution, standard deviation is not less than mean deviation from mean.

5. (a) দেখুওৱা যে চলকৰ মাত্ৰা আৰু মূলবিন্দুৰ পৰিৱৰ্তন সাপেক্ষে সহসম্বন্ধ গুণাংক r নিৰপেক্ষ। যদি X আৰু Y যাদৃচ্ছিক চলক হয়, a, b, c, d যি কোনো সংখ্যা হয় আৰু $a \neq 0$, $c \neq 0$ হয়, তেনেহ'লে দেখুওৱা যে

$$r(aX+b, cY+d) = \frac{ac}{|ac|} \cdot r(X, Y)$$

4+5=9

Show that the coefficient of correlation r is independent of change of origin and scale of the variables. If X and Y are random variables, and a, b, c, d are any numbers provided $a \neq 0$, $c \neq 0$, then show that

$$r(aX+b, cY+d) = \frac{ac}{|ac|} \cdot r(X, Y)$$

অথবা / Or

(b) দুডাল সমাশ্ৰয়ণ ৰেখা দিয়া আছে, $3x+2y-26=0$ আৰু $6x+y-31=0$. yৰ ওপৰত xৰ আৰু xৰ ওপৰত yৰ সমাশ্ৰয়ণ ৰেখা দুডাল নিৰ্ণয় কৰা। x আৰু yৰ মাধ্য আৰু সহসম্বন্ধ গুণাংক উলিওৱা। 3+3+3=9

Two regression lines with equations are $3x+2y-26=0$ and $6x+y-31=0$. Determine the regression line of y on x and x on y. Find the mean values and the correlation coefficient between x and y.

6. *(a)* তলত উল্লেখ কৰা দুয়োটা ক্ষেত্ৰত A আৰু B গুণ দুটা ধনাত্মক বা ঋণাত্মকভাৱে সহযোগী হয় নে নহয়, পৰীক্ষা কৰা : 3½+3½=7

Find if the two attributes A and B are positively or negatively associated in each of the following cases :

(i) $N = 1000$, $(A) = 470$, $(B) = 620$, $(AB) = 320$

(ii) $(A) = 490$, $(AB) = 294$, $(\alpha) = 570$, $(\alpha B) = 380$

অথবা / *Or*

(b) গুণৰ স্বতন্ত্ৰতাৰ চৰ্তসমূহ লিখা। যদি A আৰু B গুণ দুটা স্বতন্ত্ৰ হয়, তেনেহ'লে দেখুউৱা যে, α আৰু βও স্বতন্ত্ৰ হ'ব। 3+4=7

Write down the conditions for independence of attributes. If two attributes A and B are independent, then show that α and β will also be independent to each other.

(Old Course)

Full Marks : 80

Pass Marks : 32

Time : 3 hours

1. তলৰ বিকল্পসমূহৰ পৰা প্ৰতিটো প্ৰশ্নৰ শুদ্ধ উত্তৰটো বাচি উলিওৱা : 1×8=8

Find out the correct answer from the following alternatives in each question :

(a) বাৰংবাৰতা বহুভুজ হৈছে

Frequency polygon is an example of

(i) মৌলিক উপস্থাপনৰ উদাহৰণ

textual presentation

(ii) সাৰণীয় উপস্থাপনৰ উদাহৰণ

tabular presentation

(iii) চিত্ৰীয় উপস্থাপনৰ উদাহৰণ

diagrammatic presentation

(iv) লেখ উপস্থাপনৰ উদাহৰণ

graphical presentation

(b) ওজন (গ্ৰাম) চলকটো, যেনে 200 গ্ৰাম হ'ল

The variable weight (in gm), e.g., 200 gm is

(i) নামবাচক/nominal

(ii) ক্ৰমবাচক/ordinal

(iii) অন্তৰালসূচক/interval

(iv) অনুপাতসূচক/ratio

(c) চতুৰ্থক অপ্ৰতিসাম্য গুণাংকৰ পৰিসৰ হৈছে

The limits for quartile coefficients of skewness are

(i) ± 3

(ii) ± 1

(iii) $\pm \infty$

(iv) 0 আৰু 1

0 and 1

(d) "প্ৰসৰণ দ্বিতীয় কেন্দ্ৰীয় ঘূৰ্ণকৰ সমান।" উক্তিটো হৈছে

"The variance is equal to the second central moment." The statement is

(i) চিৰ সত্য/always true

(ii) মাজে-সময়ে সত্য/sometimes true

(iii) কেতিয়াও সত্য নহয়/never true

(iv) দ্ব্যৰ্থক/ambiguous

(e) লেপ্ট'কার্টিক বণ্টনৰ বাবে

For a leptokurtic distribution

(i) $\beta_2 > 3$

(ii) $\beta_2 < 3$

(iii) $\beta_2 = 3$

(iv) $\beta_2 = 0$

(f) সমাশ্ৰয়ণ গুণাংক দুটা b_1 আৰু b_2 হ'লে, সহসম্বন্ধ গুণাংক r হ'ব

The regression coefficients are b_1 and b_2, then the correlation coefficient r is

(i) b_1 / b_2

(ii) $b_1 b_2$

(iii) b_2 / b_1

(iv) $\pm\sqrt{b_1 b_2}$

(g) $r_{xy} > 0 \Rightarrow$

(i) $\text{cov}(X, Y) = 0$

(ii) $\text{cov}(X, Y) < 0$

(iii) $\text{cov}(X, Y) > 0$

(iv) $\text{cov}(X, Y) = -(\sigma_x \cdot \sigma_y)$

(h) এটা স্বতন্ত্ৰ শ্ৰেণী বাৰংবাৰতা সংহতিৰ সংগতিৰ চৰ্ত হৈছে, কোনো চূড়ান্ত শ্ৰেণী বাৰংবাৰতা

The condition for the consistency of a set of independent class frequencies is that no ultimate class frequency is

(i) শূন্য নহয়/zero

(ii) ধনাত্মক নহয়/positive

(iii) ঋণাত্মক নহয়/negative

(iv) অসংগত নহয়/inconsistent

2. তলত দিয়াবোৰৰ উত্তৰ দিয়া : 2×8=16

Answer the following :

(a) বিচ্ছিন্ন আৰু অবিচ্ছিন্ন তথ্যৰ সংজ্ঞা লিখা।

Define discrete and continuous data.

(b) অন্তৰালসূচক মাপ সম্পৰ্কে এটা টোকা লিখা।

Write a note on interval scale.

(c) দেখুওৱা যে যি কোনো এটা বিবিক্ত বণ্টনৰ কাৰণে মানক বিচলন, মাধ্যমা সাপেক্ষিক গড় বিচলনতকৈ সৰু হ'ব নোৱাৰে।

Show that for any discrete distribution, standard deviation is not less than mean deviation from mean.

(d) এটা বাৰংবাৰতা বণ্টনৰ চতুৰ্থক ভিত্তিক অপ্ৰতিসাম্য গুণাংক হৈছে 0·6, যদি উচ্চ আৰু নিম্ন চতুৰ্থকৰ যোগফল 100 হয় আৰু মধ্যমাৰ মান 38 হয়, তেন্তে উচ্চ আৰু নিম্ন চতুৰ্থকৰ মান উলিওৱা।

In a frequency distribution, the coefficient of skewness based upon the quartiles is 0·6. If the sum of the upper and lower quartiles is 100 and the median is 38, then find the value of upper and lower quartiles.

(e) বৈষম্যতাৰ জোখৰ সম্বন্ধে এটি টোকা লিখা।

Write a note on measures of skewness.

(f) দেখুওৱা যে কাৰ্ল পিয়েৰচনৰ সহসম্বন্ধ গুণাংক rৰ মান সদায় -1 আৰু $+1$ৰ মাজত থাকে।

Show that the value of Karl Pearson's coefficient of correlation r always lies between -1 and $+1$.

(g) সমাশ্ৰয়ণ ৰেখা কিয় দুডাল থাকে, ব্যাখ্যা কৰা।

Explain why there are two regression lines.

(h) দুটা গুণ কেতিয়া ধনাত্মক সহযোগী আৰু ঋণাত্মক সহযোগী হয়?

When are two attributes said to be positively associated and negatively associated?

3. তলৰ যি কোনো দুটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া : 7×2=14

Answer any *two* questions of the following :

(a) পৰিসাংখ্যিকীয় তথ্য উপস্থাপনৰ প্ৰধান উপায়কেইটা কি কি? প্ৰত্যেকৰে চমু বৰ্ণনা দিয়া। 7

What are the broadways of presentation of statistical data? Explain each of them in brief.

(b) পৰিসাংখ্যিকীয় তথ্যৰ বৰ্গীকৰণ আৰু সাৰণীয়নৰ মাজত পাৰ্থক্য দেখুওৱা। কোনো এখন দেশৰ জনসংখ্যাক অঞ্চলভিত্তিক (চাৰিটা অঞ্চল), লিংগ আৰু বয়ঃসমষ্টি (তিনিটা সমষ্টি) অনুযায়ী বণ্টন প্ৰদৰ্শন কৰাকৈ এখন খালী সাৰণী প্ৰস্তুত কৰা। 4+3=7

Distinguish between classification and tabulation of statistical data. Prepare a blank table for showing the distribution of population of a country regionwise (four regions), according to sex and to age groups (three age groups).

(c) চমু টোকা লিখা : 3+4=7

Write short notes on :

(i) পৰিসংখ্যা বিজ্ঞানৰ সীমাবদ্ধতা

Limitations of statistics

(ii) পৰিসাংখ্যিকীয় সমষ্টি আৰু প্ৰতিদৰ্শ

Statistical population and sample

4\. তলৰ যি কোনো দুটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া : 9×2=18

Answer any *two* questions of the following :

(a) কেন্দ্ৰীয় প্ৰৱণতাৰ মাপ বুলিলে কি বুজা? সমূহিত তথ্যৰ বাবে সমান্তৰ মাধ্য নিৰ্ণয় কৰাৰ দুটা সূত্ৰ লিখা। যদি n_1 আৰু n_2 সংখ্যক দুটা শ্ৰেণীৰ মাধ্য আৰু প্ৰামাণিক বিচলন যথাক্ৰমে $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2$ আৰু σ_1, σ_2 হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে সংযুক্ত শ্ৰেণীটোৰ প্ৰসৰণ

$$\sigma^2 = \frac{1}{n_1 + n_2}\left[n_1\sigma_1^2 + n_2\sigma_2^2 + \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^2\right]$$

4+5=9

What do you mean by measures of central tendency? Write down two formulae for obtaining arithmetic mean for grouped data. If the means and standard deviations of two series numbering n_1 and n_2 are $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2$ and σ_1, σ_2 respectively, then show that the variance of the combined series is

$$\sigma^2 = \frac{1}{n_1 + n_2}\left[n_1\sigma_1^2 + n_2\sigma_2^2 + \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^2\right]$$

(b) r তম কেন্দ্ৰীয় আঘূৰ্ণ আৰু স্বেচ্ছমূল সাপেক্ষিক আঘূৰ্ণৰ মাজৰ সম্পৰ্কটো উলিওৱা। যদি কোনো এটা বণ্টনৰ স্বেচ্ছমূল 5 সাপেক্ষিক প্ৰথম চাৰিটা আঘূৰ্ণ ক্ৰমে -4, 22, -117 আৰু 560 হয়, তেন্তে মাধ্য সাপেক্ষে অনুৰূপ আঘূৰ্ণসমূহৰ মান উলিওৱা। 4+5=9

Obtain the relation between the central moments of order r in terms of the raw moments. If the first four moments of a distribution about the value 5 are equal to –4, 22, –117 and 560, determine the corresponding moments about the mean.

(c) এটা শ্ৰেষ্ঠ বিক্ষেপণৰ মাপৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ কি কি? গড় বিচলন আৰু মানক বিচলনৰ মাজৰ মুখ্য পাৰ্থক্যসমূহ ব্যাখ্যা কৰা। দেখুওৱা যে মূলবিন্দু আৰু মাত্ৰাৰ পৰিৱৰ্তন সাপেক্ষে মানক বিচলন নিৰপেক্ষ। 3+3+3=9

What are the characteristics for an ideal measure of dispersion? Explain the main differences between mean deviation and standard deviation. Show that standard deviation is independent of change of origin and scale.

5. তলৰ যি কোনো দুটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া : 7×2=14

Answer any *two* questions of the following :

(a) দুটা চলকৰ মাজৰ বৈখিক সম্বন্ধৰ জোখৰ আৱশ্যকীয় ধৰ্মবোৰ কি কি? ধনাত্মক, ঋণাত্মক আৰু শূন্য সহসম্বন্ধ গুণাংকৰ প্ৰভেদ উলিওৱা। 4+3=7

What are the desirable properties of a measure of linear relationship between two variables? Distinguish between positive, negative and zero correlation.

(b) দুটা চলকৰ বাবে সমাশ্ৰয়ণ সমীকৰণ দুটা লিখা আৰু যি কোনো এটাৰ প্ৰাচলকেইটা আকলন কৰা। দেখুওৱা যে, নিৰিখ পৰিৱৰ্তনৰ দ্বাৰা সমাশ্ৰয়ণ সহগৰ মান প্ৰভাৱান্বিত হয়। 2+2+3=7

Write the two regression equations for two variables and estimate the constants of any of these regression equations. Show that, the regression equations are affected due to change in scale.

(c) দিয়া আছে যে, $X = 4Y + 5$ আৰু $Y = KX + 4$, এই দুডাল ৰেখা ক্ৰমে Yৰ ওপৰত X আৰু Xৰ ওপৰত Yৰ সমাশ্ৰয়ণ ৰেখা। দেখুওৱা যে, $0 < 4K < 1$. যদি $K = 1/16$ হয়, তেন্তে চলৰাশি দুটাৰ মাধ্য দুটা উলিওৱা আৰু সিহঁতৰ মাজৰ সহসম্বন্ধ গুণাংক নিৰ্ণয় কৰা। 7

Given that, $X = 4Y + 5$ and $Y = KX + 4$ are the lines of regression of X on Y and Y on X respectively. Show that $0 < 4K < 1$. If $K = 1/16$, then find the means of the two variables and coefficient of correlation between them.

6. (a) তথ্যৰ সংগতি বুলিলে কি বুজা? তিনিটা গুণ A, B, Cৰ কাৰণে সংগতিৰ চৰ্তসমূহ লিখা। যদি $(A) = 52$, $(B) = 58$, $(C) = 48$, $(A\beta) = 7$, $(A\gamma) = 22$, $N = 100$ হয়, তেন্তে (BC)ৰ কাৰণে সম্ভাব্য বৃহত্তম আৰু ক্ষুদ্ৰতম মান উলিওৱা যাতে তথ্যটো সংগত হয়। 2+8=10

What do you mean by consistency of data? Write the conditions for consistency for three attributes *A*, *B*, *C*. If $(A) = 52$, $(B) = 58$, $(C) = 48$, $(A\beta) = 7$, $(A\gamma) = 22$, $N = 100$, then find the greatest and least possible values of (BC) so that the data become consistent.

অথবা / *Or*

(b) গুণ মানে কি বুজা? দিয়া আছে যে

$$(A) = (\alpha) = (B) = (\beta) = (C) = (\gamma) = \frac{N}{2}$$

আৰু দিয়া আছে যে, $(ABC) = (\alpha\beta\gamma)$। দেখুওৱা যে

$$2(ABC) = (AB) + (AC) + (BC) - \frac{N}{2}$$

যদি সকলো *A*ই *B* হয় আৰু সকলো *B*ই *C* হয়, তেন্তে দেখুওৱা যে, সকলো *A*ই *C* হয়। 2+5+3=10

What do you mean by attributes? Given that, $(A) = (\alpha) = (B) = (\beta) = (C) = (\gamma) = \frac{N}{2}$ and also given that $(ABC) = (\alpha\beta\gamma)$. Show that

$$2(ABC) = (AB) + (AC) + (BC) - \frac{N}{2}$$

Show that, if all *A*'s are *B*'s and all *B*'s are *C*'s, then all *A*'s are *C*'s.

★★★