

Total No. of Printed Pages—11

2 SEM TDC MTH G 1

2 0 1 7

(May)

MATHEMATICS

(General)

Course : 201

**(Matrices, Ordinary Differential Equations
and Numerical Analysis)**

Full Marks : 80

Pass Marks : 32/24

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

GROUP—A

(Matrices)

(Marks : 20)

1. (a) যদি A মেট্রিক্স প্রাথমিক কপান্তরণ প্রয়োগ করি
 $\begin{bmatrix} I_3 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ আহিলে কপান্তরিত কবিব পাবি, তেত্তে A
মেট্রিক্সব কোটি হ'ব

If matrix A can be reduced to the form

$$\begin{bmatrix} I_3 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$
 by using elementary operations,
 then rank of A is

(i) 4

(ii) 3

(iii) 0

(iv) 1

(শুদ্ধ উত্তরটো বাছি উলিওরা) 1

(Choose the correct option)

(b) যদি $A = [a_{ij}]$ এটা n টা শাৰীৰ বর্গ মেট্রিক্স হয়, তেলে
 A মেট্রিক্সৰ অভিলক্ষণ সমীকরণটো লিখা। 1

If $A = [a_{ij}]$ be an n rowed square matrix,
 then write the characteristic equation for
 the matrix A .

(c) যদি A আৰু B দুটা সমতুল্য মেট্রিক্স হয়, তেলে প্রমাণ
 কৰা যে $\rho(A) = \rho(B)$. 2

If A and B be two equivalent matrices,
 then show that $\rho(A) = \rho(B)$.

(d) একঘাতী অসমাংগী সমীকরণ প্রণালী $AX = B$ সুসংগত
 হোৱাৰ চৰ্ত লিখা। 2

Write the condition for consistency of
 systems of linear non-homogeneous
 equations $AX = B$.

2. তলৰ মেট্ৰিক্সটো ইচ্ছলিন আকাৰত প্ৰকাশ কৰি কোটি নিৰ্ণয় কৰা :

5

Find the rank of the following matrix by reducing it to echelon form :

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 & -4 \\ 3 & 1 & 3 & -2 \\ 6 & 3 & 0 & -7 \end{bmatrix}$$

অথবা / Or

দুটা অপ্ৰতিম মেট্ৰিক্স P আৰু Q নিৰ্ণয় কৰা যাতে PAQ অভিলম্ব আকাৰলৈ সলনি হয় য'ত

Find two non-singular matrices P and Q such that PAQ is in normal form, where

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

3. (a) দেখুওৱা যে তলৰ সমীকৰণকেইটা সুসংগত আৰু সিহঁতৰ সমাধান কৰা :

4

Show that the following equations are consistent and find their solutions :

$$2x - y + 3z = 9$$

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

(4)

- (b) তলৰ মেট্ৰিক্সটোৰ অভিলক্ষণ মূল আৰু অনুৰূপ
অভিলক্ষণ ভেক্টৰ নিৰ্ণয় কৰা : 3+2

Find the characteristic roots and
corresponding characteristic vectors of
the following matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

অথবা / Or

তলৰ মেট্ৰিক্সটোৰ বাবে কেলি-হেমিল্টনৰ সূত্ৰটো পৰীক্ষা
কৰা : 5

Verify Cayley-Hamilton theorem for the
following matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

GROUP—B

(Ordinary Differential Equations)

(Marks : 30)

4. (a) $M(x, y) dx + N(x, y) dy = 0$ সমীকৰণটো যথার্থ
অৱকলীয় সমীকৰণ হোৱাৰ আৱশ্যকীয় চৰ্ত লিখা। 1

Write the necessary condition for the
equation $M(x, y) dx + N(x, y) dy = 0$ to
be an exact differential equation.

- (b) $x^2 D^2 y - 2x Dy - 4y = x^4$ সমীকৰণটোৰ সহায়কাৰী
সমীকৰণ লিখা $\left(D = \frac{d}{dx} \right)$. 1

Write the auxiliary equation of the differential equation

$$x^2 D^2 y - 2x Dy - 4y = x^4, \left(D = \frac{d}{dx} \right)$$

5. (a) যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 3

Solve (any one) :

(i) $\frac{dy}{dx} + \frac{1-2x}{x^2} y = 1$

(ii) $(2x^2 + y^2 + x) dx + xy dy = 0$

- (b) যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 3

Solve (any one) :

(i) $p^2 - p(e^x + e^{-x}) + 1 = 0, p = \frac{dy}{dx}$

(ii) $(y - px)(p - 1) = p, p = \frac{dy}{dx}$

- (c) $1+x, 1+2x, x^2$ ফলনকেইটা বৈখিকভাৱে স্বতন্ত্ৰ নে
নিৰ্ভৰশীল; বনক্ষিয়ানৰ সহায়ত পৰীক্ষা কৰা। 3

Using Wronskian, examine whether the functions $1+x, 1+2x, x^2$ are linearly independent or dependent.

6. (a) যি কোনো দুটাৰ সমাধান কৰা : 3×2=6

Solve (any two) :

$$(i) \frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + y = \sin 2x$$

$$(ii) \frac{d^2y}{dx^2} - 4 \frac{dy}{dx} + 3y = 2e^{3x}$$

$$(iii) \frac{d^2y}{dx^2} - 4 \frac{dy}{dx} + 4y = x^2$$

দিয়া আছে (given) $x=0, y=\frac{3}{8}$ আৰু (and)

$$\frac{dy}{dx} = 1.$$

(b) যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 3

Solve (any one) :

$$(i) x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x$$

$$(ii) (x+a)^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 4(x+a) \frac{dy}{dx} + 6y = x$$

7. (a) প্রথম মাত্ৰাৰ অৱকলনীয় বাশি আঁতৰাই তলৰ
সমীকৰণটো সমাধান কৰা : 5

$$\frac{d^2y}{dx^2} + P \frac{dy}{dx} + Qy = R$$

য'ত P, Q আৰু R হৈছে x ৰ ফলন।

(7)

Removing the first-order derivative, solve the following equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + P \frac{dy}{dx} + Qy = R$$

where P , Q and R are the functions of x .

অথবা / Or

যদি $y = x$, $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = 0$ সমীকরণের

এটা বিশেষ সমাধান, ইহার সাধারণ সমাধান উলিওবা।

If $y = x$ is a particular solution of

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = 0$$

find its general solution.

(b) স্বতন্ত্র চলক সলনি কবি সমাধান কবা :

5

Solve by changing the independent variable :

$$x \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 4x^3 y = 8x^3 \sin x^2$$

অথবা / Or

প্রাচল ভেদ নিয়মেৰে তলৰ সমীকৰণটো সমাধান কৰা :

Apply the method of variation of parameter to solve the following equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$$

GROUP—C

(Numerical Analysis)

(Marks : 30)

8. (a) পুনৰুক্তি পদ্ধতিটোৰ অভিসাৰিতা চৰ্ত লিখা। 1
Write the condition of convergence of iteration method.
- (b) বীজগণিতীয় সমীকৰণ সমাধানৰ বাবে দ্বি-বিভাজন পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰা : 4
Describe bisection method for solving an algebraic equation.

অথবা / Or

পুনৰুক্তি পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ সমীকৰণটোৰ এটা বাস্তৱ মূল চতুৰ্থ দশমিক স্থানলৈ শুদ্ধমান নিৰ্ণয় কৰা :

Find a real root of the following equation by using iteration method correct to four places of decimal :

$$x^3 + x^2 - 1 = 0$$

- (c) নিউটন-ৰাফ্‌চন পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি তলৰ সমীকৰণটোৰ এটা বাস্তৱ মূল তৃতীয় দশমিক স্থানলৈ শুদ্ধমান নিৰ্ণয় কৰা :

5

Using Newton-Raphson method, find a real root of the following equation correct to three places of decimal :

$$x^2 - 14 = 0$$

অথবা / Or

বেগুলা-ফলটি পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি তলৰ সমীকৰণটোৰ বাস্তৱ মূল তৃতীয় দশমিক স্থানলৈ শুদ্ধমান নিৰ্ণয় কৰা :

Find the real root of the following equation by regula-falsi method, correct to three places of decimal :

$$x^3 - x^2 - 2 = 0$$

- (d) গাউছ-জৰ্ডান পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা :

5

Solve by Gauss-Jordan method :

$$10x + y + 3z = 14$$

$$x + 20y + 9z = -23$$

$$2x - 7y - 20z = -57$$

9. (a) অন্তৰ্বেশনৰ সংজ্ঞা দিয়া।

1

Define interpolation.

(b) দেখুওৱা যে

Show that

$$\Delta \log f(x) = \log \left\{ 1 + \frac{\Delta f(x)}{f(x)} \right\} \quad 2$$

(c) সমদূৰৱৰ্তী কোটিৰ বাবে সাধাৰণ ক্ষেত্ৰফলন সূত্ৰটো লিখা।

2

Write the general quadrature formula for equidistant ordinates.

10. (a) নিউটনৰ অগ্ৰগামী অন্তৰ্বেশন সূত্ৰটো প্ৰতিপন্ন কৰা।

5

Deduce Newton's forward interpolation formula.

অথবা / Or

দিয়া আছে

Given

x	321.0	322.8	324.2	325.0
$\log_{10} x$	2.50651	2.50893	2.51081	2.51188

ভেঙে লাগ্ৰাঞ্জৰ অন্তৰ্বেশন সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰি $\log_{10} 323.5$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

Then find the value of $\log_{10} 323.5$ by using Lagrange's interpolation formula.

(b) সংখ্যাগতক অনুকলন-সম্পকীয় ট্ৰেপিজইডেল পদ্ধতিটো
প্ৰতিপন্ন কৰা।

5

Derive trapezoidal rule for numerical
integration.

অথবা / Or

চিম্পচনৰ $\frac{1}{3}$ পদ্ধতিটো প্ৰয়োগ কৰি $\int_2^{10} \frac{dx}{1+x}$ ৰ মান
নিৰ্ণয় কৰা।

Find the value of $\int_2^{10} \frac{dx}{1+x}$ by using
Simpson's $\frac{1}{3}$ rd rule.
